



FACULTADE DE MATEMÁTICAS

Trabajo Fin de Grado

Modelización de un sistema de aire acondicionado

Daniel Prol Cambados

Septiembre 2019

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

GRADO DE MATEMÁTICAS

Trabajo Fin de Grado

Modelización de un sistema de aire acondicionado

Daniel Prol Cambados

Septiembre 2019

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Trabajo propuesto

Área de Conocimiento: Matemática aplicada
Título: Modelización de un sistema de aire acondicionado
Breve descripción del contenido
<p>Este trabajo explicará el funcionamiento de los ciclos de refrigeración para, posteriormente, modelar un sistema de aire acondicionado usando el método <i>moving boundary</i>.</p> <p>Finalmente, se resolverá numéricamente el modelo para un caso particular, analizando los resultados obtenidos.</p>
Recomendaciones
Conocimientos de modelización matemática, ecuaciones diferenciales y métodos numéricos.
Otras observaciones

Índice general

Resumen	VIII
Introducción	XI
Lista de símbolos	1
1. Ciclos de refrigeración	5
1.1. Ciclo de Carnot	6
1.2. El ciclo de compresión de vapor ideal	7
2. Modelización del sistema	11
2.1. Ecuaciones de conservación	12
2.1.1. Ecuación de conservación de la masa	13
2.1.2. Ecuación de conservación de la energía	14
2.1.3. Ecuación de conservación de la energía en la pared del tubo	16
2.2. Hipótesis del modelo	17
2.3. Válvula de expansión electrónica	18
2.4. Compresor	20
2.5. Ventiladores	23
3. Evaporador	25
3.1. Regla de Leibniz	27
3.2. Ecuaciones de conservación de la masa	27
3.3. Ecuaciones de conservación de la energía	28
3.4. Ecuaciones de conservación de la energía en el tubo	31
3.5. Sistema dinámico del evaporador	33
4. Condensador	37
4.1. Ecuaciones de conservación de la masa	38

4.2. Ecuaciones de conservación de la energía	39
4.3. Ecuaciones de conservación de la energía en el tubo	40
4.4. Sistema dinámico del condensador	40
5. Resolución numérica	45
Apéndice: Código MATLAB	51
Bibliografía	67

Resumen

Este trabajo de fin de grado comenzará repasando conceptos básicos dentro del campo de la termodinámica, concretamente, en lo referente a los ciclos de refrigeración. Se deducirán también las ecuaciones de conservación que gobiernan estos procesos. Posteriormente, se realizará la modelización de un sistema de aire acondicionado basado en los principios de la física y usando el método de *moving boundary* para los intercambiadores de calor. Las ecuaciones que describen el comportamiento de los distintos componentes del modelo serán desarrolladas de forma pormenorizada. Para terminar, se resolverá numéricamente el modelo para un caso sencillo empleando el software de programación MATLAB.

Abstract

The current end-of-degree project will start reviewing some of the basic concepts in the thermodynamics field, specifically, with regard to the refrigeration cycles. All the conservation equations that govern these processes will be deduced. Afterwards, an air-conditioning system will be modelled using the physics principles and by using the moving-boundary method for the heat exchangers. The equations that model the different components of the system will be developed going into detail. Finally, a simple case will be solved numerically with the programming software MATLAB.

Introducción

En el año 1803, el presidente de los Estados Unidos de America, Thomas Jefferson concedió la patente del primer refrigerador a Thomas Moore, un modesto agricultor del Condado de Maryland. En realidad, el invento de Moore tenía poco de refrigerador. Simplemente se trataba de una pequeña máquina de hielo tallada en madera, que le permitía conservar frescos sus productos lácteos durante algo más de tiempo que la competencia. Esta innovación llamó la atención del ingeniero e inventor Oliver Evans, quien vio las enormes posibilidades de un dispositivo que pudiera mantener el frío. Evans, se encargó de darle forma a esta idea, describiendo el primer ciclo de refrigeración de compresión de vapor. Todo se quedó en una idea, pues pasarían tres largas décadas hasta que un compañero suyo, Jacob Perkins, pudiera construir el primer frigorífico de verdad.

La utilidad práctica del ciclo de compresión del vapor no acabó ahí. Tenemos, por ejemplo, el caso del aire acondicionado, el cual se compone de elementos muy similares al del frigorífico, aunque no sería hasta el año 1902 cuando se construyó el primer aparato eléctrico de aire acondicionado. Desde entonces, los ingenieros de medio mundo se pasaron la mayor parte del siglo XX intentando mejorar la construcción y fiabilidad de estos electrodomésticos.

En las últimas décadas, han sido numerosos los investigadores que emplearon su tiempo en intentar comprender mejor el funcionamiento de los ciclos de refrigeración e intentando modelizarlos matemáticamente. Por ello, debemos preguntarnos, ¿merece la pena todo este esfuerzo? La respuesta es sí.

Si bien, a medida que avanza el siglo XX se han logrado diseñar electrodomésticos de alta fiabilidad y bajo coste; poca atención se ha prestado al consumo y a la eficiencia energética de estos. En la actualidad, se estima que en los países desarrollados, solo el consumo el aire acondicionado supone ya más de el 10 % del consumo eléctrico total. Es probable que esta cifra llegue a duplicarse en las próximas décadas. Por ello, si bien un incremento de la eficiencia de estos aparatos no supone un gran ahorro a nivel individual, puede traducirse en un ahorro de miles de millones de euros cuando lo consideramos a nivel global.

La mayoría de partes móviles de los sistemas de refrigeración, carecen de algún mecanismo de control, o en caso de tenerlo es relativamente simple. Por ejemplo, buena parte de los compresores que se encuentran en los electrodomésticos solo tiene dos estados: *on* y *off*. Este tipo de comportamiento intermitente no solo es menos eficiente, sino también provoca un mayor desgaste en las piezas que lo componen.

En el caso de los sistemas de aire acondicionado, el control del sobrecalentamiento (*superheat*) se realizaba con métodos SISO (*single-input single-output*) manipulando, únicamente la apertura de la válvula de expansión electrónica. Esto limita enormemente el rendimiento de estos sistemas, además de provocar diversos problemas como puede ser el *hunting* (condición caracterizada por grandes oscilaciones en la cantidad de sobrecalentamiento a la salida del evaporador).

Los últimos avances en compresores de velocidad variable dan lugar a infinidad de posibilidades para plantear mecanismos de control que mejoren la eficiencia. Por ejemplo, He et al. [1998] fue el primero en plantear un sistema de control MIMO (*multiple-input multiple-output*) para ciclos de compresión de vapor. En los últimos años han sido muchos los investigadores que han seguido trabajando en nuevas formas de modelar estos sistemas y en establecer un control para ellos: desde modelos basados en las ecuaciones clásicas de la física, hasta algunos que emplean redes neuronales. Desarrollaremos este trabajo a partir de uno de los métodos de modelización más populares desde la década de los '90: los *moving boundary*.

Lista de símbolos

Símbolos

A_{ic}	Área interior de la sección de tubo, condensador	$[m^2]$
α_{1c}	Coeficiente de convección fluido/tubo, zona gas del condensador	$[W/m^2 K]$
α_{1e}	Coeficiente de convección fluido/tubo, zona bifásica del evaporador	$[W/m^2 K]$
α_{2c}	Coeficiente de convección fluido/tubo, zona bifásica del condensador	$[W/m^2 K]$
α_{2e}	Coeficiente de convección fluido/tubo, zona gas del evaporador	$[W/m^2 K]$
α_{3c}	Coeficiente de convección fluido/tubo, zona líquido del condensador	$[W/m^2 K]$
α_{ac}	Coeficiente de convección tubo/ambiente, condensador	$[W/m^2 K]$
α_{ae}	Coeficiente de convección tubo/ambiente, evaporador	$[W/m^2 K]$
\bar{h}_{1c}	Entalpía media zona gas, condensador	$[J]$
\bar{h}_{1e}	Entalpía media zona bifásica, evaporador	$[J]$
\bar{h}_{2c}	Entalpía media zona bifásica, condensador	$[J]$
\bar{h}_{2e}	Entalpía media zona gas, evaporador	$[J]$
\bar{h}_{3c}	Entalpía media zona líquida, condensador	$[J]$
\dot{m}_{ic}	Tasa de flujo másico de entrada en el condensador	$[kg/s]$
\dot{m}_{ie}	Tasa de flujo másico de entrada en el evaporador	$[kg/s]$
\dot{m}_{oc}	Tasa de flujo másico de salida del condensador	$[kg/s]$
\dot{m}_{oe}	Tasa de flujo másico de salida del evaporador	$[kg/s]$
\dot{m}_s	Tasa de flujo másico en la válvula de succión de compresor	$[kg/s]$
\dot{m}_v	Tasa de flujo másico válvula de expansión	$[kg/s]$
γ_c	Fracción media de vapor, zona bifásica condensador	$[-]$
γ_e	Fracción media de vapor, zona bifásica evaporador	$[-]$
κ	Coeficiente de compresibilidad isentrópica	$[-]$
ρ_{gc}	Densidad gas saturado en condensador	$[kg/m^3]$
ρ_{ge}	Densidad gas saturado en evaporador	$[kg/m^3]$
ρ_{lc}	Densidad líquido saturado en condensador	$[kg/m^3]$
ρ_{le}	Densidad líquido saturado en evaporador	$[kg/m^3]$
ρ_v	Densidad refrigerante en la válvula de expansión	$[kg/m^3]$

ρ_{wc}	Densidad tubería condensador	$[kg/m^3]$
ρ_{we}	Densidad tubería evaporador	$[kg/m^3]$
ε	Ratio de holgura del cilindro del compresor	$[-]$
ζ	Ratio de la velocidad del gas respecto al líquido, fluido bifásico	$[-]$
a_v	Apertura válvula de expansión	$[\%]$
A_{ie}	Área interior de la sección de tubo, evaporador	$[m^2]$
A_{wc}	Área sección tubería, condensador	$[m^2]$
A_{we}	Área sección tubería, evaporador	$[m^2]$
C_v	Coefficiente del orificio de la válvula de expansión	$[-]$
C_{wc}	Capacidad térmica de la tubería, condensador	$[J/kg K]$
C_{we}	Capacidad térmica de la tubería, evaporador	$[J/kg K]$
D_{ac}	Diámetro exterior del tubo, condensador	$[m]$
D_{ae}	Diámetro exterior del tubo, evaporador	$[m]$
D_{ic}	Diámetro interior del tubo, condensador	$[m]$
D_{ie}	Diámetro interior del tubo, evaporador	$[m]$
h_{gc}	Entalpía del gas saturado en el condensador	$[J]$
h_{ge}	Entalpía del gas saturado en el evaporador	$[J]$
h_{ic}	Entalpía de entrada en el condensador	$[J]$
h_{ie}	Entalpía de entrada en el evaporador	$[J]$
h_{lc}	Entalpía del líquido saturado en el condensador	$[J]$
h_{le}	Entalpía del líquido saturado en el evaporador	$[J]$
h_{oc}	Entalpía salida del condensador	$[J]$
h_{oe}	Entalpía salida del evaporador	$[J]$
L_c	Longitud tubo del condensador	$[m]$
L_e	Longitud tubo del evaporador	$[m]$
l_{1c}	Longitud zona gas del condensador	$[m]$
l_{1e}	Longitud zona bifásica del evaporador	$[m]$
l_{2c}	Longitud zona bifásica del condensador	$[m]$
l_{2e}	Longitud zona gas del evaporador	$[m]$
l_{3c}	Longitud zona líquido del condensador	$[m]$
P_c	Presión condensador	$[Pa]$
P_e	Presión evaporador	$[Pa]$
T_{1c}	Temperatura media zona gas condensador	$[K]$
T_{1e}	Temperatura media, zona bifásica evaporador	$[K]$
T_{2c}	Temperatura media, zona bifásica condensador	$[K]$
T_{2e}	Temperatura media, zona gas evaporador	$[K]$

T_{3c}	Temperatura media, zona líquido condensador	[K]
T_{ac}	Temperatura ambiente condensador	[K]
T_{ae}	Temperatura ambiente evaporador	[K]
T_{oc}	Temperatura a la salida del condensador	[K]
T_{oe}	Temperatura a la salida del evaporador	[K]
T_{w1c}	Temperatura tubería, zona gas condensador	[K]
T_{w1e}	Temperatura tubería, zona bifásica evaporador	[K]
T_{w2c}	Temperatura tubería, zona bifásica condensador	[K]
T_{w2e}	Temperatura tubería, zona gas evaporador	[K]
T_{w3c}	Temperatura tubería, zona líquido condensador	[K]
u_c	Voltaje del ventilador del condensador	[V]
u_e	Voltaje del ventilador del evaporador	[V]
w_c	Velocidad de rotación del compresor	[Hz]

Subíndices

1	Zona 1 del intercambiador de calor
2	Zona 2 del intercambiador de calor
3	Zona 3 del intercambiador de calor
c	Condensador
e	Evaporador
g	Gas
i	Inlet, entrada
l	Líquido
o	Outlet, salida
s	Válvula de succión del compresor
VC	Volumen de control
v	Válvula de expansión
w	Wall, pared de la tubería

Capítulo 1

Ciclos de refrigeración

Sabemos, por experiencia, que cuando ponemos un cuerpo en contacto con otro que se encuentra a menor temperatura, existirá una transferencia de calor desde el cuerpo a mayor temperatura hacia el otro, hasta que ambas temperaturas se igualen. Sin embargo, el proceso contrario no es posible de forma natural: un cuerpo a menor temperatura no transfiere calor a uno que se encuentra a una temperatura más alta. De suceder esto, se estaría incumpliendo la *Segunda Ley de la Termodinámica*.

A pesar de todo, el proceso anteriormente descrito no es imposible, la clave está en que se necesita realizar un trabajo sobre el sistema para que pueda suceder. En esto se basan todos los ciclos de refrigeración. En la figura 1.1 se muestra un esquema simplificado sobre el funcionamiento de cualquier proceso de refrigeración. Tenemos, en primer lugar, un espacio a refrigerar, que en este caso sería el interior de la vivienda. El sistema encargado de la refrigeración absorbe calor (Q_2) del interior de la vivienda. A su vez, el sistema de refrigeración tiene que rechazar una cantidad de calor Q_1 hacia el ambiente exterior que, generalmente, se encuentra a mayor temperatura. Pero, como señalamos anteriormente, para que el ciclo pueda funcionar, será necesario realizar un trabajo sobre el sistema, W_{in} . El principio de la conservación de la energía nos indica que, para un dispositivo cíclico de este tipo se da que

$$W_{in} = Q_1 - Q_2.$$

Definiremos, a continuación, el coeficiente de rendimiento (*coefficient of performance*) de un proceso de refrigeración como

$$\text{COP} = \frac{\text{Output deseado}}{\text{Input requerido}} = \frac{Q_2}{W_{in}}$$

El objetivo de todo proceso de refrigeración es alcanzar el mayor nivel de COP posible

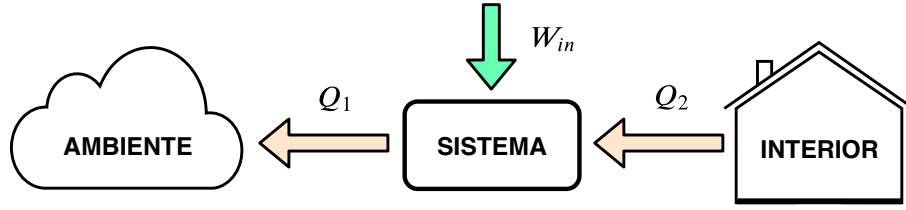


Figura 1.1: Proceso de refrigeración

(existe un máximo nivel alcanzable, que viene dado por el cumplimiento de los principios termodinámicos).

Antes de explicar el funcionamiento del ciclo de compresión de vapor es necesario analizar el ciclo ideal de mayor importancia, y que servirá como herramienta de comparación para el resto de ciclos.

1.1. Ciclo de Carnot

Este ciclo fue propuesto por el ingeniero francés Sadi Carnot en el siglo XIX. Se produce en un motor que trabaja absorbiendo una cantidad de calor de una fuente a mayor temperatura (T_a) y cediendo una cantidad de calor a otra reserva a menor temperatura (T_b), produciendo un trabajo sobre el exterior. Los motores que cumplen este ciclo se denominan *máquinas de Carnot*. Se trata de un ciclo ideal compuesto por 4 procesos reversibles: 2 adiabáticos y 2 isotérmicos.

Consideremos un sistema consistente en un cilindro-pistón que opera de forma adiabática y que contiene un gas en su interior. El cilindro se encuentra aislado, aunque las dos válvulas de su cabeza están en contacto con las dos reservas de calor anteriormente descritas.

A continuación describiremos los 4 procesos que forman el ciclo de Carnot:

- **Expansión isotérmica:** el gas se encuentra inicialmente comprimido y a temperatura T_a . La cabeza del pistón está en contacto con la reserva de calor a temperatura T_a . El gas comienza a expandirse poco a poco, mientras su temperatura empieza a disminuir de forma infinitesimal. Pero, por estar en contacto con la reserva de calor, la temperatura volverá a mantenerse a la misma temperatura T_a . Debido a esto, se trata de un proceso reversible.
- **Expansión adiabática:** el cilindro se aísla de la reserva a alta temperatura, T_a . El gas comienza a expandirse lentamente y realizando trabajo hacia fuera del sistema hasta que la temperatura baja desde T_a hasta T_b .

- **Compresión isotérmica:** el cilindro se pone en contacto con la reserva de calor a baja temperatura, T_b . Una fuerza externa realiza trabajo sobre el pistón, comprimiendo el gas. Al ser comprimido, la temperatura del gas tendría que subir, pero al estar en contacto con la reserva de calor, se sigue manteniendo en T_b (lo cual hace el proceso reversible).
- **Compresión adiabática:** el cilindro se vuelve a aislar de la reserva a baja temperatura y el gas se comprime de forma reversible, volviendo a su estado inicial. La temperatura aumenta desde T_b a T_a completando, así, el ciclo.

El ciclo de Carnot es el más eficiente que opera entre dos temperaturas límite. Por ello, el siguiente paso lógico será intentar emplearlo como un posible ciclo de refrigeración ideal. De esta forma nace el **ciclo de refrigeración de Carnot**, también conocido como *ciclo de Carnot al revés*. Los elementos y las interacciones de calor y trabajo de este ciclo son los mismos, solo que se realizarán en dirección opuesta (esto es posible por componerse exclusivamente por procesos reversibles).

Este ciclo se podría implementar en la práctica empleando 4 componentes: un evaporador, un condensador, un compresor y una turbina. Los dos primeros realizan una transferencia de calor, mientras que los dos últimos involucran, principalmente, trabajo hacia dentro o fuera del sistema. En realidad, el ciclo así ejecutado es muy ineficiente. Por ello, el interés en los ciclos de Carnot radica en que se trata de un ciclo ideal inalcanzable en la práctica, por lo que es de utilidad a la hora de determinar la eficiencia máxima y relativa de sistemas que operan en ciclo.

1.2. El ciclo de compresión de vapor ideal

En la sección anterior se comentó la existencia de algunas dificultades a la hora de implementar el *ciclo de refrigeración de Carnot*. Muchas de estas se pueden eliminar simplemente evaporando completamente el refrigerante antes de que entre en el compresor, y reemplazando la turbina por un dispositivo que regule la presión (por ejemplo, una válvula de expansión o un tubo capilar). El ciclo resultante se denomina **ciclo de compresión de vapor ideal** y consta de 4 procesos diferenciados:

- Compresión isentrópica en un compresor (proceso 1-2).
- Transferencia de calor a presión constante en un condensador (proceso 2-3).
- Despresurización en un dispositivo de expansión (proceso 3-4).

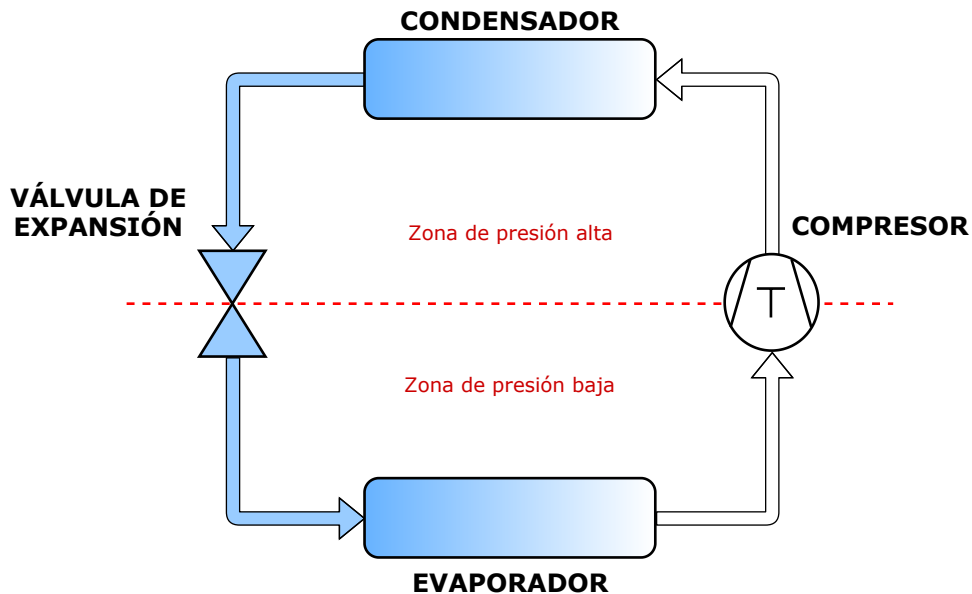


Figura 1.2: Ciclo de compresión de vapor

- Absorción de calor a presión constante en un evaporador (proceso 4-1).

En la figura 1.2 se muestran un esquema del ciclo en el que se emplea una válvula de expansión para regular la presión.

En el ciclo ideal de compresión de vapor, el refrigerante vaporizado (estado 1) entra en el compresor, donde es comprimido de forma isentrópica. Por tratarse de un proceso de compresión aislado térmicamente, la temperatura del refrigerante aumenta considerablemente hasta alcanzar un nivel superior a la temperatura ambiente.

El vapor de refrigerante comprimido entra entonces en el condensador (estado 2), donde comienza a rechazar calor hacia el ambiente debido a la diferencia de temperatura entre el refrigerante y el aire exterior. Por estar sometido a un nivel alto de presión, la temperatura de saturación del refrigerante será mayor que cuando el fluido se encuentra a presión atmosférica. Esto provoca que el refrigerante se condense a medida que avanza por las tuberías del condensador.

Al salir del condensador, el refrigerante a alta presión se ha licuado completamente (estado 3). A estas alturas del ciclo, el refrigerante en estado líquido ya se encuentra a una temperatura inferior a la temperatura ambiente.

A continuación, el fluido pasa por la válvula de expansión, donde sufre una caída de presión. Este proceso es adiabático pues no se produce ningún intercambio de calor.

Para completar el ciclo, el refrigerante en estado líquido y a baja presión (estado 4) entra en el evaporador. Debido a la baja presión a la que se encuentra, la nueva temperatura de saturación del refrigerante se encuentra por debajo de la temperatura ambiente de la habitación a refrigerar. Al avanzar a lo largo del evaporador, el refrigerante vuelve a evaporarse a medida que absorbe calor del ambiente. Este calor absorbido constituye el proceso de refrigeración (Q_2), objetivo principal del ciclo.

Una vez sale del condensador, el refrigerante a baja presión se habrá evaporado en su totalidad, volviendo al estado 1 y completando, así, el ciclo de compresión de vapor.

Nótese, que al contrario que el ciclo de Carnot al revés, este ciclo no es reversible, pues el proceso de expansión se produce de forma irreversible.

En la figura 1.3 se pueden observar los diagramas P-h y T-s del ciclo, con sus líneas de saturación correspondientes.

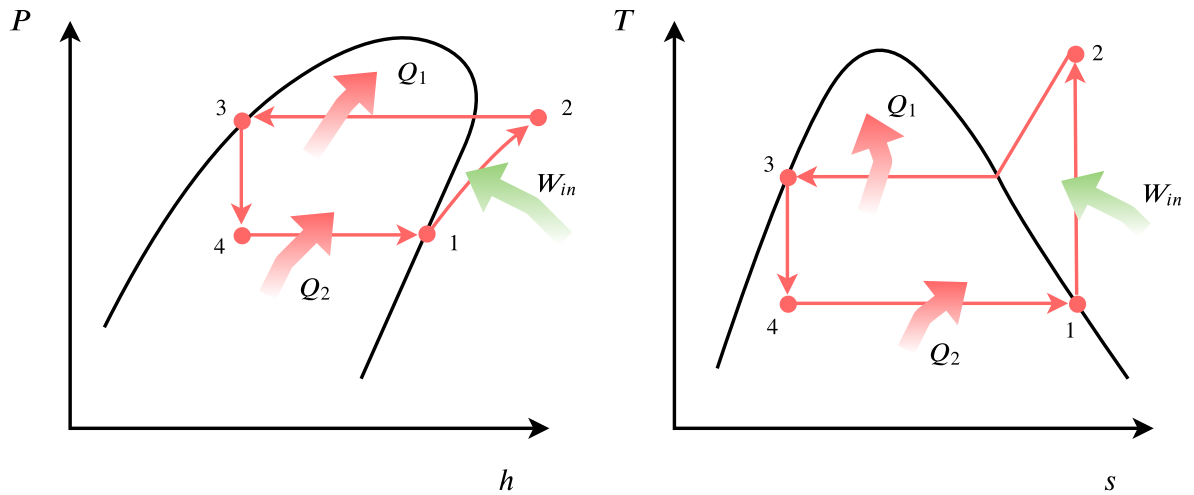


Figura 1.3: Diagramas P-h y T-s de un ciclo de compresión de vapor ideal

Es preciso recordar, que en el diagrama de temperatura-entropía (T-s), el área situado por debajo de la curva de cada proceso, supone el calor transferido en dicho proceso reversible. Así, el área debajo del proceso de condensación (curva 2-3) es igual a Q_1 , mientras que el área situado debajo del proceso de evaporación (curva 4-1) representa la cantidad de calor absorbido, Q_2 . La diferencia entre estas áreas será la cantidad de trabajo que es necesario aplicar para que el ciclo se pueda realizar, W_{in} .

El coeficiente de rendimiento para el ciclo de compresión de vapor se puede expresar como

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{W_{in}} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

siendo h_i la entalpía del refrigerante en el proceso i .

Capítulo 2

Modelización del sistema

De acuerdo con Rasmussen [2012], a la hora de plantear un modelo que represente un ciclo de refrigeración existen dos grandes vertientes hacia las que dirigirse: modelos basados en la física (también conocidos como *cajas blancas*) y los modelos empíricos o basados en datos (también conocidos como *modelos de caja negra*).

Los modelos basados en la física emplean las leyes físicas, tales como las ecuaciones de conservación. Estos requieren de un mayor esfuerzo a la hora de ser desarrollados y validados, pero el resultado final es más robusto, pues pueden incorporar de forma sencilla el cambio de parámetros o condiciones del sistema.

Al otro lado del espectro nos encontramos con los modelos empíricos, en los cuales los datos experimentales son usados para identificar el modelo dinámico. Este proceso es conocido como identificación del sistema o análisis de series temporales y se puede usar tanto para construir modelos en el dominio temporal como en el de la frecuencia.

La principal ventaja de los modelos empíricos es la sencillez, pues son capaces de identificar el modelo rápidamente desde los datos. Sin embargo, este tipo de modelos solo suelen ser válidos para los sistemas y las condiciones exactas para los que fueron creados.

En los últimos años, la mayoría de esfuerzos en la investigación de modelos de refrigeración se ha centrado en las denominadas *cajas grises*. Estos están basados mayoritariamente en la física, pero intentan reducir su complejidad incorporando términos o expresiones empíricas creadas a partir de datos experimentales. En este trabajo se ha optado por seguir esta tendencia. Dado que las dinámicas térmicas en un ciclo de compresión del vapor son normalmente más lentas que las partes mecánicas, la mayor parte de la complejidad del modelo residirá en los intercambiadores de calor, pudiendo modelarse el resto de componentes de forma estática (compresor, válvula de expansión, etc.).

Los modelos para los intercambiadores de calor se pueden agrupar, así, en 3 categorías:

- **Modelos de parámetros concentrados:** reducen las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del fluido transformándolas en expresiones sencillas a base de agrupar constantes y correlaciones.
- **Modelos *moving boundary*:** se trata de una variación del enfoque de parámetros concentrados. Los parámetros se agrupan de nuevo en regiones definidas por la fase en la que se encuentra el fluido refrigerante, solo que en este caso el punto que divide las zonas de fases distintas es considerado como una variable dinámica. Este es el tipo de modelo de intercambiador de calor que emplearemos en este trabajo.
- **Modelos de volúmenes de control finitos:** nacen de la discretización empleando muchas celdas de las EDPs que describen el comportamiento del intercambiador de calor. Al contrario que las dos categorías anteriores, este método no busca crear modelos de orden bajo, sino incrementar la precisión de los resultados (a cambio de un mayor coste computacional).

2.1. Ecuaciones de conservación

Como ya se indicó previamente, el modelo que se empleará para el sistema de aire acondicionado será del tipo *moving boundary*. Este tipo de modelos se basa, principalmente, en aplicar las ecuaciones de la conservación de masa, energía y cantidad de movimiento, a lo largo de los intercambiadores de calor. A continuación, se muestra la expresión general de estas ecuaciones para un fluido Newtoniano.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(x, t) + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u})(x, t) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho H \mathbf{u}) = \operatorname{div}(\mathbf{T}_o \mathbf{u}) + \mathbf{b} \cdot \mathbf{u} - \operatorname{div} \mathbf{q} + f, \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{T} + \mathbf{b} = (\rho \mathbf{u})' + \operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \rho \mathbf{u}). \quad (2.3)$$

El conjunto de ecuaciones anterior es muy general. Para poder modelar con el enfoque *moving boundary* necesitaríamos pasar estas EDPs a su forma unidimensional, además de tener que realizar una serie de manipulaciones algebraicas. Sin embargo, para mejorar la claridad en la exposición y que este trabajo sea lo más autocontenido posible, se ha optado por deducir estas ecuaciones directamente en su forma unidimensional.

Así, en las siguientes secciones se derivarán las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía para un fluido en un volumen de control unidimensional. La demostración de la ecuación de conservación del momento lineal será omitida por suponer una mayor dificultad. Además, esta ecuación será ignorada a la hora de modelar los intercambiadores

de calor, pues la dinámica de las ondas de presión es demasiado rápida respecto a la del resto del sistema y su impacto energético es despreciable).

2.1.1. Ecuación de conservación de la masa

Consideremos un volumen de control V , acotado por una superficie fija S . La cantidad de masa total contenida en este volumen de control viene dada por

$$\int_V \rho(x, t) dV.$$

Podemos enunciar el *principio de la conservación de la masa* señalando que la tasa de variación de la cantidad de masa dentro del volumen de control es igual al flujo de masa que entra a través de la superficie,

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(x, t) dV = - \int_S \rho(x, t) (\mathbf{u}(x, t) \cdot \mathbf{n}(x)) dS. \quad (2.4)$$

siendo \mathbf{u} el vector de velocidad del fluido y \mathbf{n} el vector normal exterior a la superficie en cada punto.

Consideramos, ahora, que el volumen de control es un tubo con flujo unidimensional entre sus dos extremos (ver figura 2.1). Podemos expresar, entonces, la ecuación (2.4) como

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = (\rho A u)_{\text{in}} - (\rho A u)_{\text{out}} = \dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}. \quad (2.5)$$

Por tratarse de un volumen de control infinitesimal y unidimensional, su cantidad de masa se puede aproximar por la de un elemento de longitud dz y el caudal másico por $\frac{\partial \rho}{\partial t} dz$.

Todas las propiedades del fluido (densidad, velocidad, etc.) serán consideradas como funciones continuas del tiempo y de la posición, e.g., $\rho = \rho(z, t)$.

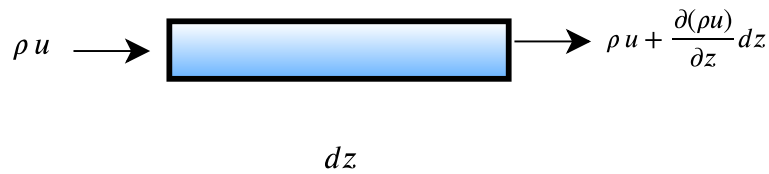


Figura 2.1: Volumen de control unidimensional

Se tiene entonces que el flujo másico entrante en el volumen de control viene dado por ρu y el saliente por la parte derecha $\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} dz$.

Introducimos ahora estos términos en la ecuación (2.5) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dz + \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} dz - \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} dz = 0.$$

Operando en la relación y eliminando el volumen de control en ambos lados obtenemos, finalmente, la ecuación de conservación de la masa en forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0. \quad (2.6)$$

2.1.2. Ecuación de conservación de la energía

Sea X un movimiento del cuerpo \mathcal{B} de forma que

$$\mathcal{B}_t = X(\mathcal{B}, t).$$

El *Teorema del transporte de Reynolds* enuncia que: sea ϕ un campo espacial suave (pudiendo ser ϕ tanto una función escalar como vectorial) entonces, para cualquier cuerpo \mathcal{B} y tiempo t ,

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}_t} \phi dV = \int_{\mathcal{B}_t} (\phi + \phi \operatorname{div} \mathbf{v}) dV, \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}_t} \phi dV = \int_{\mathcal{B}_t} \phi' dV + \int_{\partial \mathcal{B}_t} \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA, \quad (2.8)$$

donde $\operatorname{div} \mathbf{v}$ representa la tasa de cambio de volumen por unidad de volumen

Empleamos, ahora, esta expresión para la variable energía, E , y la energía específica, $dE/dm = e$. Recordemos que según la *Primera Ley de la Termodinámica* se tiene que

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt},$$

siendo Q el calor absorbido por el sistema y W el trabajo realizado por el sistema.

De esta forma, sustituyendo en (2.7), obtenemos la siguiente expresión para un volumen de control V que está acotado por una superficie S :

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_V e \rho dV \right) + \int_S e \rho (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (2.9)$$

La energía específica de un sistema, e , se compone de

$$e = e_{\text{interna}} + e_{\text{cinética}} + e_{\text{potencial}} + e_{\text{otros}}$$

Si ignoramos los componentes de e_{otros} (incluye reacciones químicas, magnetismo, electrostática, etc), la ecuación anterior se puede expresar como

$$e = h + \frac{1}{2} u^2 + gl, \quad (2.10)$$

siendo, h energía interna, u velocidad, l la altura del sistema y g la aceleración gravitatoria.

Sustituyendo esta relación en (2.9) obtenemos la forma general de la ecuación de conservación de la energía para un volumen de control fijo:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_V (h + \frac{1}{2}u^2 + gl)\rho dV \right) + \int_S (h + \frac{1}{2}u^2 + gl)\rho(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})dS. \quad (2.11)$$

Por tratarse nuestro modelo de un volumen de control unidimensional, la integral de superficie se puede reducir al sumatorio de los flujos de salida menos los flujos de entrada:

$$\int_S (h + \frac{1}{2}u^2 + gl)\rho(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})dS = \sum (h + \frac{1}{2}u^2 + gz)_{out}\dot{m}_{out} - \sum (h + \frac{1}{2}u^2 + gz)_{in}\dot{m}_{in} \quad (2.12)$$

Así, la ecuación (2.11) quedará como

$$\frac{dE_{VC}}{dt} + \sum (h + \frac{1}{2}u^2 + gz)_{out}\dot{m}_{out} - \sum (h + \frac{1}{2}u^2 + gz)_{in}\dot{m}_{in} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt}. \quad (2.13)$$

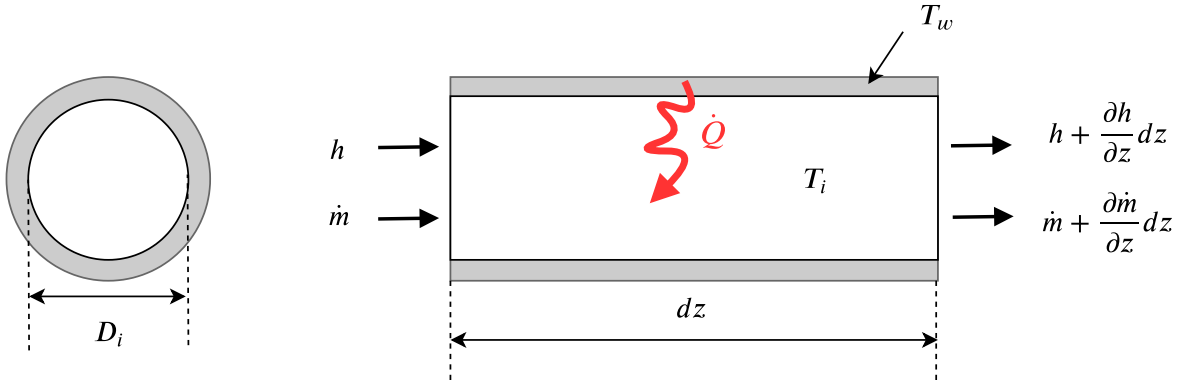


Figura 2.2: Volumen de control del tubo

Cogemos ahora una sección de longitud dz . En la figura 2.1.2 se muestra el valor de las variables h y \dot{m} a lo largo de la sección. Por tratarse de un fluido ideal en un sistema aislado, el trabajo realizado sobre el sistema será 0. Sustituimos todo en la ecuación anterior obteniendo

$$\frac{dE_{VC}}{dt} + \left(\dot{m}h + \frac{\partial \dot{m}h}{\partial z}dz \right) - \dot{m}h = \dot{Q}, \quad (2.14)$$

y simplificando,

$$\frac{dE_{VC}}{dt} + \frac{\partial \dot{m}h}{\partial z}dz = \dot{Q}. \quad (2.15)$$

Empleando la *Ley de Fourier*, $\mathbf{q} = -k\nabla T$, obtenemos el flujo de calor hacia las paredes para un elemento de tubo de longitud dz :

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha_i \pi D_i dz (T_w - T_i) \quad (2.16)$$

donde:

- α_i coeficiente de convección entre el fluido y la pared del tubo $[W/m^2K]$,
 T_w temperatura de la pared del tubo $[K]$,
 T_i temperatura del fluido interior $[K]$,
 D_i diámetro interno de la sección de tubo $[m]$.

El flujo másico a través del tubo viene dado por

$$\dot{m} = A_i \rho u = \frac{\pi D_i^2 \rho u}{4}, \quad (2.17)$$

siendo A_i el área de la sección transversal del tubo.

Nótese que, por definición,

$$h = e + Pv,$$

siendo v el volumen.

La energía contenida por la sección de tubo dz se puede describir como

$$E_{VC} = \frac{\pi D_i^2}{4} \rho e dz = \frac{\pi D_i^2}{4} \rho dz \left(h - \frac{P}{\rho} \right). \quad (2.18)$$

Sustituimos ahora (2.16), (2.17) y (2.18) en la ecuación (2.15):

$$\frac{\pi D_i^2}{4} \frac{\partial(\rho h - P)}{\partial t} dz + \frac{\pi D_i^2}{4} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} dz = \alpha_i \pi D_i dz (T_w - T_i).$$

Simplificando y expresándolo en forma diferencial, obtenemos finalmente:

$$\frac{\partial(\rho h - P)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} = \frac{4}{D_i} \alpha_i (T_w - T_i). \quad (2.19)$$

2.1.3. Ecuación de conservación de la energía en la pared del tubo

Seleccionamos ahora una sección de la pared de la tubería como volumen de control. Como se muestra en la figura 2.3, existe una transferencia de calor por convección entre la pared de la tubería y el aire exterior que se encuentra en contacto con ella (\dot{Q}_2). Además, el fluido que pasa por el interior la tubería, intercambia calor con la pared de la tubería (\dot{Q}_1).

Podemos describir la tasa de variación de energía del volumen de control como

$$\frac{dE_{VC}}{dt} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2, \quad (2.20)$$

siendo

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \alpha_i \pi D_i dz (T_i - T_w), \\ \dot{Q}_2 &= \alpha_o \pi D_o dz (T_a - T_w). \end{aligned}$$

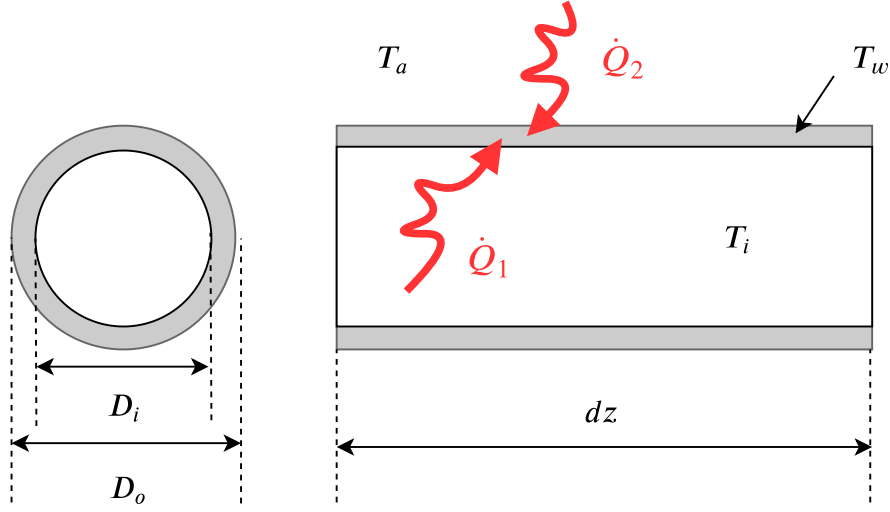


Figura 2.3: Volumen de control de la pared del tubo

La energía total contenida en el volumen de control viene dada por

$$E_{VC} = C_w \rho_w A_w dz T_w. \quad (2.21)$$

Si derivamos la ecuación anterior (2.21) y sustituimos en (2.20) obtenemos la siguiente expresión para la conservación de la energía en la pared de la tubería:

$$C_w \rho_w A_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_i \pi D_i (T_i - T_w) + \alpha_o \pi D_o (T_a - T_w). \quad (2.22)$$

2.2. Hipótesis del modelo

El modelo de tipo *moving boundary* para diseñar el equipo de aire acondicionado se basa en el presentado por He et al. [1997]. Su principal característica reside en dividir el evaporador en 2 zonas en función de la fase en la que se encuentra el refrigerante que fluye por su interior: zona bifásica (líquido-gas en equilibrio) y zona de gas. Por su parte el condensador se divide en 3 zonas: zona líquida, zona bifásica y zona gaseosa. Se aplica, entonces, un proceso de integración de las EDPs de conservación a cada una de las zonas de los intercambiadores de calor. De esta forma conseguimos eliminar la dependencia espacial de las EDPs y transformarlas en EDOs.

A continuación, se presentarán de forma resumida las principales hipótesis necesarias para desarrollar el modelo.

- Los intercambiadores de calor son tuberías finas y horizontales, con un área de la sección transversal constante.

- La presión a lo largo del intercambiador de calor es uniforme. Se desprecian las caídas de presión.
- Se desprecia la conducción de calor axial en el fluido refrigerante y en la pared de la tubería.
- No se considera la energía cinética y potencial del refrigerante.
- El trabajo asociado a la tasa de variación de la presión es despreciable.
- Fracción media de vapor constante en la zona bifásica (ver capítulo 3).
- No existe transferencia de calor en las tuberías fuera del evaporador y condensador.
- El proceso de expansión es isentálpico.
- La válvula de expansión cuenta con un orificio ajustable de forma electrónica.
- El compresor se encuentra aislado térmicamente del exterior.
- El acumulador se considerará como parte del tubo que conecta el evaporador y el compresor. No formará parte del modelo.

Con las hipótesis formuladas, la ecuación de conservación del momento deja de ser necesaria. En la práctica, la dinámica de las ondas de presión del refrigerante es varios órdenes de magnitud más rápida que la dinámica que gobierna los intercambiadores de calor. Esto ayuda a reducir la complejidad total del modelo de forma considerable.

A su vez, las dinámicas que describen las acciones del compresor y de la válvula de expansión son también mucho más rápidas que las del evaporador y condensador. Por ello, modelaremos estas dos componentes como elementos estáticos.

En las siguientes secciones se irán describiendo de forma sucesiva todos los componentes del modelo: válvula de expansión, compresor, condensador, evaporador y ventiladores. Por suponer un índice de complejidad extra a la hora de ser modelados, los intercambiadores de calor (condensador y evaporador) serán separados en capítulos de forma individual.

2.3. Válvula de expansión electrónica

Como ya se indicó previamente, la válvula de expansión a emplear por el sistema es de tipo electrónico. Estas válvulas poseen un pequeño orificio a través del cual pasa el fluido. Al pasar por un orificio con área tan reducida, el refrigerante sufre una bajada de presión. La principal diferencia con las válvulas fijas o las termostáticas radica en la existencia

de un controlador electrónico que permite variar el área del orificio, pudiendo modificar así el flujo del refrigerante según las necesidades del sistema. Para modelar este elemento debemos de tener en cuenta que, desde el punto de vista termodinámico, la expansión es un proceso adiabático. Partiremos entonces de la ecuación de Bernoulli

$$P_c + \frac{1}{2} \rho_c u_c^2 = P_e + \frac{1}{2} \rho_e u_o^2, \quad (2.23)$$

donde:

P_c	presión del refrigerante proveniente del condensador	[Pa]
P_e	presión del refrigerante que sale hacia el evaporador	[Pa]
ρ_e	densidad del refrigerante saliente de la válvula	[kg/m ³]
ρ_c	densidad del refrigerante proveniente del condensador	[kg/m ³]
u_c	velocidad del refrigerante proveniente del condensado	[m/s]
u_o	velocidad del refrigerante cuando sale por el orificio	[m/s]

Expresamos, a continuación, la velocidad del refrigerante en términos del caudal volumétrico

$$\dot{V} = u A, \quad (2.24)$$

siendo:

\dot{V}	flujo volumétrico del refrigerante	[m ³ /s]
A	área de la sección transversal	[m ²]

Suponiendo ahora que el flujo de volumen y la densidad permanecen constantes en ambos lados del orificio¹ podemos reescribir la ecuación de Bernoulli:

$$P_c + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\dot{V}}{A_c} \right)^2 = P_e + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\dot{V}}{A_o} \right)^2, \quad (2.25)$$

siendo:

A_c	área de la sección de tubería proveniente del condensador
A_o	área del orificio de la válvula.

Podemos deducir, entonces, la caída de presión a través del orificio:

$$P_c - P_e = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\dot{V}^2}{A_o^2} - \frac{\dot{V}^2}{A_c^2} \right). \quad (2.26)$$

¹En la práctica, el refrigerante sufre un cambio de fase parcial debido al gran cambio de presión, por lo que la densidad no permanecería exactamente constante. A este fenómeno se lo denomina *evaporación flash*.

Despejamos ahora el flujo volumétrico

$$\dot{V} = \sqrt{\frac{1}{1 - A_o^2/A_c^2}} A_o \sqrt{2\rho(P_c - P_e)}. \quad (2.27)$$

Multiplicando la expresión anterior en ambos lados por la densidad del refrigerante, obtendremos la tasa de flujo másico que pasa a través de la válvula

$$\dot{m} = C A_o \sqrt{2\rho(P_c - P_e)}, \quad (2.28)$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{1 - A_o^2/A_c^2}}. \quad (2.29)$$

Se puede demostrar empíricamente que para valores pequeños de A_o , el producto $C A_o$ es casi lineal con A_o y, por lo tanto, podemos aproximar C como una constante y agruparla con la otra constante A_o . Por tratarse de una válvula de expansión electrónica, el flujo másico puede ser regulado modificando la apertura de la válvula mediante un pequeño motor. Para incluir este hecho en la ecuación que describe el flujo másico, definiremos la variable a_v , como el porcentaje ([%]) de apertura de la válvula. Esta variable será uno de los *inputs* de nuestro modelo de aire acondicionado.

Multiplicamos, entonces, el coeficiente de la válvula, C_v , por el grado de apertura, a_v , dando lugar a la expresión final del caudal másico:

$$\dot{m}_v = C_v a_v \sqrt{\rho(P_c - P_e)}. \quad (2.30)$$

2.4. Compresor

La principal función de un compresor en un sistema de refrigeración es la de bombear el vapor de refrigerante que proviene del evaporador. Esto se consigue incrementando considerablemente la presión del fluido refrigerante.

Entre las diversas clases de compresores existentes en el mercado, los más habituales son los de tipo pistón, los alternativos (*reciprocating*) y los de tipo tornillo (*screw*). Los primeros contienen uno o varios cilindros en los que realizar la compresión del fluido.

Los compresores, normalmente, no están aislados térmicamente y por lo tanto podría haber una transferencia de calor entre el fluido que se está comprimiendo y el aire de los alrededores. Por tratarse de una magnitud pequeña, podemos desecharla a la hora de modelizar el compresor. De forma similar, la eficiencia de los compresores puede verse disminuida debido a los rozamientos y fricciones internas. Todas estas ineficiencias se pueden agrupar dentro de los coeficientes que representan la eficiencia del compresor, y que dependerán de las especificaciones del fabricante.

La tasa de flujo másico que pasa a través del compresor, es la principal variable de la que depende la capacidad de refrigeración del sistema. Esta variable \dot{m}_s depende, a su vez, de la eficiencia volumétrica del compresor, η_v . Dicha variable se define como el ratio entre el flujo volumétrico y la capacidad máxima de flujo volumétrico. Por ser esta última igual a la tasa de desplazamiento del compresor, podemos expresar la eficiencia volumétrica como

$$\eta_v = \frac{\text{tasa de flujo volumétrico}}{\text{tasa de volumen desplazado}} = \frac{\dot{m}_s v_s}{\dot{V}_{desp}}, \quad (2.31)$$

siendo:

\dot{m}_s flujo másico en la válvula de succión del compresor $[kg/s]$,
 \dot{V}_{desp} tasa de volumen desalojado (desplazado) por el compresor $[m^3/s]$,
 v_s volumen específico del refrigerante en la válvula de succión $[m^3/kg]$.

De la ecuación (2.31) podemos despejar el caudal másico

$$\dot{m}_s = \frac{\dot{V}_{desp} \eta_v}{v_s} = \rho_s \dot{V} \eta_v . \quad (2.32)$$

La tasa de volumen desplazado por el compresor viene, a su vez, dada por

$$\dot{V}_{desp} = n w_s \pi \frac{D^2}{4} L = n w_s V_s , \quad (2.33)$$

siendo:

n número de cilindros ,
 w_c velocidad de rotación del compresor $[Hz]$,
 D diámetro del émbolo del pistón $[m]$,
 L longitud del cilindro $[m]$,
 V_s volumen total contenido en el cilindro $[m^3]$.

El ciclo de operaciones de un compresor de tipo pistón **ideal** se divide en 3 procesos (ver figura 2.4):

- **Proceso 4-1:** proceso de succión isobárica (nivel de presión P_e), en el cual la válvula de succión permanece abierta y el refrigerante entra en el cilindro.
- **Proceso 1-2:** proceso de compresión isentrópica. Las válvulas de succión y descarga están cerradas.
- **Proceso 2-3:** proceso de descarga isobárica (nivel de presión P_c). Durante este proceso, la válvula de succión permanece cerrada y la de descarga se abre.

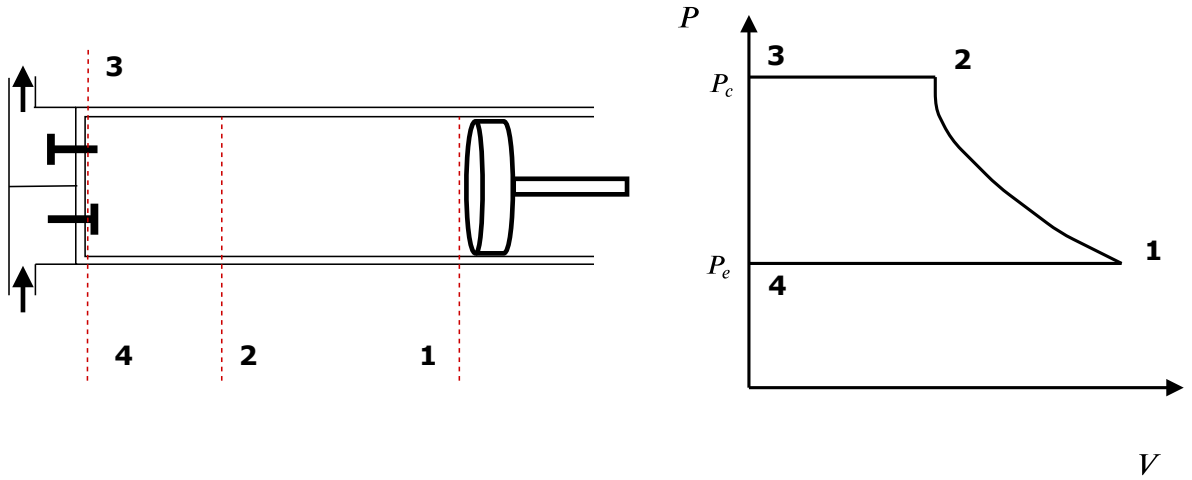


Figura 2.4: Esquema de un cilindro ideal y diagrama P-V

Dependiendo del proceso en el que se encuentre el compresor, podemos describir el volumen contenido en el cilindro como

- V_1 volumen contenido en el cilindro antes de la compresión $[m^3]$,
- V_2 volumen de refrigerante en el cilindro después de ser comprimido $[m^3]$,
- V_3 volumen contenido en el cilindro tras descargar el gas refrigerante (presión P_c) $[m^3]$,
- V_4 volumen contenido en el cilindro antes de abrir la válvula de succión (presión P_e) $[m^3]$.

En los compresores de tipo pistón no ideales, existe un pequeño volumen entre el pistón y la cabeza del cilindro que queda sin desalojar. Se denomina volumen de holgura. Definimos, entonces, el ratio de holgura como

$$\varepsilon = \frac{\text{volumen de holgura}}{\text{volumen desplazado}} = \frac{V_3}{V_{\text{desp}}} .$$

Debido a la presencia del volumen de holgura, al final de la fase de descarga, existirá una pequeña cantidad de refrigerante a presión P_c dentro del cilindro. Esto implica que, a pesar de que el volumen desplazado por el compresor sea $V_{\text{desp}} = V_1 - V_3$, el volumen real de refrigerante que ha entrado durante la succión será igual a $V_1 - V_4$. Por ello, la eficiencia volumétrica de un compresor no ideal siempre es menor que 1, y puede expresarse como

$$\eta_v = \frac{\text{Volumen realmente comprimido}}{\text{Volumen desplazado por el compresor}} = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3} = 1 + \frac{V_3 - V_4}{V_1 - V_3} .$$

Despejando en el ratio de holgura obtenemos la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{V_3}{V_{\text{desp}}} = \frac{V_3}{V_1 - V_3} \Rightarrow (V_1 - V_3) = \frac{V_3}{\varepsilon} .$$

Sustituimos ahora esta relación en la expresión de la eficiencia volumétrica:

$$\eta_v = 1 + \frac{V_3 - V_4}{V_1 - V_3} = 1 + \frac{\varepsilon(V_3 - V_4)}{V_3} = 1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{V_4}{V_3} \right).$$

Puesto que la masa total de refrigerante dentro del cilindro en los puntos 3 y 4 es la misma, podemos expresar el ratio de los volúmenes en estos puntos como volúmenes específicos:

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{v_4}{v_3}.$$

por lo que la eficiencia volumétrica será

$$\eta_v = 1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{V_4}{V_3} \right). \quad (2.34)$$

Asumiendo que el proceso de reexpansión dentro del compresor verifica la expresión $PV^\kappa = \text{cte}$ (siendo κ el coeficiente isentrópico), entonces podemos obtener la siguiente relación entre la presión y el volumen específico:

$$\left(\frac{v_4}{v_3} \right) = \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/\kappa}.$$

Sustituyendo la última expresión en (2.34) obtenemos

$$\eta_v = 1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/\kappa}.$$

Para finalizar, sustituimos la expresión de la eficiencia volumétrica en (2.32):

$$\dot{m}_s = w_s V_s \rho_{ge} \left(1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/\kappa} \right). \quad (2.35)$$

Esta ecuación determina la tasa de flujo másico de refrigerante que pasa por el compresor, y será la empleada a la hora de conectar el evaporador y el condensador dentro del modelo de aire acondicionado.

2.5. Ventiladores

Para facilitar la transferencia de calor en el evaporador y en el condensador, los sistemas de aire acondicionado suelen incorporar ventiladores dentro de cada uno de los intercambiadores de calor. A mayor intensidad del ventilador, mayor será la transferencia de calor entre la tubería que transporta el refrigerante y el aire exterior.

Debido a su relativamente rápidas dinámicas, los ventiladores también pueden modelarse como componentes estáticos. Existen diversos estudios demostrando que, en condiciones

operativas normales, los coeficientes de convección α_a se pueden expresar como una función lineal del voltaje aplicado al ventilador:

$$\alpha_a = k u , \quad (2.36)$$

siendo u el voltaje del ventilador y k una constante.

De esta forma podemos añadir el voltaje de los ventiladores como *inputs* de nuestro sistema de aire acondicionado. Esto permite, no solo entender mejor el funcionamiento del modelo, sino también emplear estas variables en un posible sistema de control.

Capítulo 3

Evaporador

El tipo de evaporador a emplear por el sistema de aire acondicionado será de tipo serpentín. Estos evaporadores están compuestos por una larga tubería con forma serpenteada a través de la cual fluye el aire proveniente del exterior. El aire a temperatura ambiente se encuentra a mayor temperatura que el refrigerante que fluye por el evaporador, por lo que existirá una transferencia de calor hacia la tubería. La ventaja de este tipo de evaporadores se encuentra en la relativa facilidad para ser modelado como un conducto largo unidimensional. El fluido refrigerante será transportado a lo largo del tubo mientras se evapora, debido a la transferencia de calor por convección.

Para poder modelar este componente de forma precisa, se divide el tubo en dos secciones. La primera contiene únicamente una mezcla de fluido en 2 fases (líquido-vapor), que se va evaporando gradualmente al avanzar a lo largo de la tubería. La segunda sección será la parte de la tubería que contiene fluido en forma de vapor y que se sigue sobrecalentando (en inglés, *superheating*) por encima de la temperatura de saturación hasta llegar al final del evaporador.

La figura 3.1 contiene un esquema del evaporador y sus diferentes secciones. Para modelizar adecuadamente este componente del sistema de aire acondicionado, será necesario que cumpla las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía a lo largo del tubo. Como ya se indicó anteriormente, estas ecuaciones en derivadas parciales suponen una gran complejidad computacional a la hora de ser resueltas. Esto dificulta la posibilidad de establecer un sistema de control del aire acondicionado que sea factible en la práctica. Por ello, los modelos *moving boundary* transforman estas EDPs en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) integrándolas a lo largo de la tubería del evaporador. Se elimina así la dependencia espacial.

La integración de estas ecuaciones no sería posible en la práctica sin aplicar los resultados obtenidos por Wedekind et al. [1978]. Wedekind demostró de forma experimental que

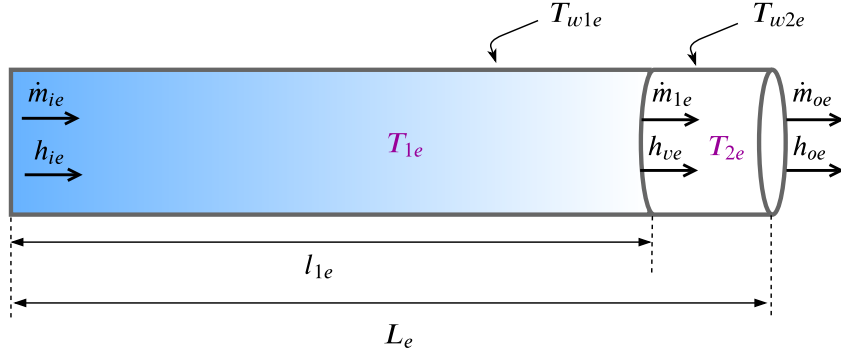


Figura 3.1: Esquema del evaporador dividido en dos zonas

el ratio de fluido en forma líquida y en forma de vapor permanece relativamente invariante cuando el flujo dentro de un intercambiador de calor se encuentra en estado estacionario. Esto significa que el ratio de vapor-líquido se mantiene estable, mientras que el punto exacto del tubo en el que la evaporación es completa puede cambiar dependiendo de las condiciones del sistema.

Podemos definir la fracción de vapor (*void fraction*) como

$$\gamma = \frac{\text{volumen del vapor}}{\text{volumen total del líquido y vapor}}.$$

El cálculo de la fracción de vapor media viene dado por

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{l_2 - l_1} \int_{l_1}^{l_2} \gamma(z) dz.$$

Esta función $\gamma(x)$ se puede definir, en la práctica, a través de correlaciones. Una de las correlaciones más habituales es la del ratio de deslizamiento (*slip-ratio*)

$$\gamma = \frac{x}{x + (1 - x)\mu_\zeta},$$

siendo x la calidad del vapor, $\mu_\zeta = (\rho_g/\rho_l)\zeta$, y ζ el ratio de la velocidad del gas respecto a la velocidad del líquido en el fluido bifásico ($\zeta = 1$ en el caso de que el flujo sea homogéneo). El uso de la fracción de vapor nos permite realizar la integración de variables que no son constantes a lo largo del evaporador de forma más sencilla. Por ejemplo, en el caso de la densidad de un fluido en estado bifásico se daría que

$$\int \rho(z, t) dz = \rho_{gas}\bar{\gamma} + \rho_{liq}(1 - \bar{\gamma}).$$

En las siguientes secciones se describirá de forma detallada el proceso de integración de las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía. A su vez, se indicará la forma final del sistema de EDOs que da forma al evaporador.

3.1. Regla de Leibniz

La siguiente expresión es empleada a la hora de realizar la integración de variables cuando los intervalos de integración dependen del tiempo. Su uso será necesario en casi la totalidad de las ecuaciones del modelo.

$$\int_{z_1(t)}^{z_2(t)} \frac{\partial f(z, t)}{\partial t} dz = \frac{d}{dt} \int_{z_1(t)}^{z_2(t)} f(z, t) dz - f(z_2(t), t) \frac{dz_2(t)}{dt} + f(z_1(t), t) \frac{dz_1(t)}{dt}. \quad (3.1)$$

3.2. Ecuaciones de conservación de la masa

Balance de masa en la zona bifásica

Comenzamos integrando la ecuación de conservación de la masa (2.6) desde el comienzo del evaporador hasta el punto donde el refrigerante se evapora completamente, l_{1e} . Nótese que la ecuación se ha multiplicado en ambos lados por el área interior de la sección transversal de la tubería, A_{ie} . Esto nos permitirá expresar ciertos términos de la ecuación como flujos másicos.

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = 0. \quad (3.2)$$

Para integrar el segundo sumando tan solo se debe recordar la expresión $A \rho u = \dot{m}$:

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = \dot{m}_{1e} - \dot{m}_{ie}. \quad (3.3)$$

Aplicamos, a continuación, la regla de Leibniz al primer sumando de (3.2). Para integrar el valor de la densidad del refrigerante a lo largo de la zona, se aproximará éste por $\bar{\rho}_{1e}$.

$$\begin{aligned} A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz &= A_{ie} \left(\frac{d}{dt} \int_0^{l_{1e}} \bar{\rho}_{1e} dz - \rho_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right) = A_{ie} \left(\frac{d(l_{1e} \bar{\rho}_{1e})}{dt} - \rho_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right) \\ &= A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} \bar{\rho}_{1e} + A_{ie} l_{1e} \frac{d\bar{\rho}_{1e}}{dt} - A_{ie} \rho_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Desarrollamos el término $\bar{\rho}_{1e}$ usando la fracción de vapor media (en adelante denotada por γ_e),

$$\bar{\rho}_{1e} = \rho_{ge} \gamma_e + \rho_{le} (1 - \gamma_e)$$

Nótese también que el valor de la densidad del refrigerante saturado es una función de la presión, $\rho_{ge} = \rho(P_e)$. Evitaremos tener que incluir esta densidad como variable de estado en nuestro modelo si empleamos la regla de la cadena, de forma que quede como derivada parcial multiplicada por la derivada de una variable de estado, dP_e/dt . Análogamente,

podemos expresar ρ_{le} de la misma forma. Así, el primer término de la ecuación (3.2) quedará como

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz = A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\bar{\rho}_{1e} - \rho_{ge}) + A_{ie} l_{1e} \left[\frac{d\rho_{ge}}{dP_e} \gamma_e + (1 - \gamma_e) \frac{d\rho_{le}}{dP_e} \right] \frac{dP_e}{dt}. \quad (3.5)$$

Juntando ahora las ecuaciones (3.3) y (3.5), resulta finalmente:

$$A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\bar{\rho}_{1e} - \rho_{ge}) + A_{ie} l_{1e} \left[\frac{d\rho_{ge}}{dP_e} \gamma_e + (1 - \gamma_e) \frac{d\rho_{le}}{dP_e} \right] \frac{dP_e}{dt} + \dot{m}_{1e} - \dot{m}_{ie} = 0. \quad (3.6)$$

Balance de masa en la zona de vapor

Integramos ahora la ecuación (2.6) desde l_{1e} hasta el final del evaporador, L_e :

$$A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = 0. \quad (3.7)$$

El segundo sumando da lugar a

$$A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = \dot{m}_{oe} - \dot{m}_{1e}. \quad (3.8)$$

Aplicamos ahora la regla de Leibniz al primer sumando de (3.7). En este caso emplearemos $\bar{\rho}_{2e}$ como aproximación de la densidad en la zona de gas. Este valor se puede expresar como función de la entalpía y la presión del fluido, $\bar{\rho}_{2e} = \rho(\bar{h}_{2e}, P_e)$, siendo $\bar{h}_{2e} = \frac{1}{2}(h_{ge} + h_{oe})$.

$$\begin{aligned} A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz &= A_{ie} \left(\frac{d}{dt} \int_{l_{1e}}^{L_e} \bar{\rho}_{2e} dz + \rho_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right) = A_{ie} \left(\frac{d(L_e \bar{\rho}_{2e})}{dt} - \frac{d(l_{1e} \bar{\rho}_{2e})}{dt} + \rho_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right) \\ &= A_{ie} \left(L_e \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} - \frac{dl_{1e}}{dt} \bar{\rho}_{2e} - l_{1e} \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} + \frac{dl_{1e}}{dt} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Agrupando todo, obtenemos la expresión final de la ecuación:

$$A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\rho_{ge} - \bar{\rho}_{2e}) + A_{ie} (L_e - l_{1e}) \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} = \dot{m}_{1e} - \dot{m}_{oe}. \quad (3.10)$$

3.3. Ecuaciones de conservación de la energía

Ecuación de la conservación de la energía en la zona bifásica

Integramos la ecuación (2.19) desde 0 a l_{1e} :

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho h - P)}{\partial t} dz + A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} dz = A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{4}{D_{ie}} \alpha_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}) dz. \quad (3.11)$$

Empleamos la expresión $A_{ie} = \pi \left(\frac{D_{ie}}{2} \right)^2$ y expandimos el primer término de la ecuación (3.11):

$$\begin{aligned} A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dz - A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial P}{\partial t} dz + A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} dz = \\ \pi \left(\frac{D_{ie}}{2} \right)^2 \int_0^{l_{1e}} \frac{4}{D_{ie}} \alpha_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}) dz. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nótese, a continuación, que los valores de T_{w1e} y de T_{1e} son uniformes a lo largo de toda la zona bifásica. En el caso de T_{w1e} (temperatura de la pared de la tubería en la zona bifásica), esto se da por tratarse de una de las hipótesis de nuestro modelo. En el caso de T_{1e} , se debe a que la temperatura de saturación permanece constante durante todo el cambio de fase (zona bifásica). Tras integrar el lado derecho de la ecuación anterior obtendremos

$$\int_0^{l_{1e}} \alpha_{1e} \pi D_{ie} (T_{w1e} - T_{1e}) dz = \alpha_{1e} \pi D_{ie} l_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}). \quad (3.13)$$

A su vez, el segundo y tercer término de (3.12) dan lugar a

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial P}{\partial t} dz = A_{ie} l_{1e} \frac{dP_e}{dt}, \quad (3.14)$$

$$A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} dz = \dot{m}_{1e} h_{ge} - \dot{m}_{ie} h_{ie}. \quad (3.15)$$

Antes de poder desarrollar el primer término de (3.12) estableceremos una simplificación que nos permita integrar el producto de la densidad y la entalpía. De nuevo, esta simplificación vendrá dada por el uso de la fracción de vapor media:

$$\bar{\rho}_{1e} \bar{h}_{1e} = \rho_{ge} h_{ge} \gamma_e + \rho_{le} h_{le} (1 - \gamma_e).$$

Nótese, además, que podemos expresar $\rho_{ge} h_{ge}$ y $\rho_{le} h_{le}$ como funciones de variable real de la presión en el evaporador, P_e . Esto nos permitirá usar la regla de la cadena y calcular sus derivadas temporales más cómodamente. Emplearemos ahora la regla de Leibniz en el primer término de (3.12):

$$\begin{aligned}
A_{ie} \int_0^{l_{1e}} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dz &= A_{ie} \left[\frac{d}{dt} \int_0^{l_{1e}} \rho_{ge} h_{ge} \gamma_e + \rho_{le} h_{le} (1 - \gamma_e) dz - \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] = \\
&A_{ie} \left[\frac{d(l_{1e} \rho_{ge} h_{ge})}{dt} \gamma_e + \frac{d(l_{1e} \rho_{le} h_{le})}{dt} (1 - \gamma_e) - \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] = \\
&A_{ie} \left[\frac{dl_{1e}}{dt} \rho_{ge} h_{ge} \gamma_e + l_{1e} \frac{d(\rho_{ge} h_{ge})}{dt} \gamma_e + \frac{dl_{1e}}{dt} \rho_{le} h_{le} (1 - \gamma_e) \right. \\
&\quad \left. + l_{1e} \frac{d(\rho_{le} h_{le})}{dt} (1 - \gamma_e) - \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] = \\
&A_{ie} l_{1e} \left[\frac{d(\rho_{ge} h_{ge})}{dP_e} \gamma_e + \frac{d(\rho_{le} h_{le})}{dP_e} (1 - \gamma_e) \right] \frac{dP_e}{dt} + A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (1 - \gamma_e) (\rho_{le} h_{le} - \rho_{ge} h_{ge}),
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Combinando las expresiones anteriores obtenemos finalmente la ecuación

$$\begin{aligned}
A_{ie} l_{1e} \left[\frac{d(\rho_{ge} h_{ge})}{dP_e} \gamma_e + \frac{d(\rho_{le} h_{le})}{dP_e} (1 - \gamma_e) - 1 \right] \frac{dP_e}{dt} + A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (1 - \gamma_e) (\rho_{le} h_{le} - \rho_{ge} h_{ge}) = \\
\dot{m}_{ie} h_{ie} - \dot{m}_{1e} h_{ge} + \alpha_{1e} \pi D_{ie} l_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}).
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Ecuación de conservación de la energía en la zona de vapor

Integramos la ecuación (2.19) desde l_{1e} hasta L_e :

$$A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial(\rho h - P)}{\partial t} dz + A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} dz = A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{4}{D_{ie}} \alpha_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}) dz. \tag{3.18}$$

El segundo y tercer término de la ecuación se integran de forma muy similar a lo visto en el apartado anterior, por lo que podemos expresar (3.18) como

$$A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho h}{\partial t} dz - A_{ie} (L_e - l_{1e}) \frac{dP_e}{dt} + \dot{m}_{oe} h_{oe} - \dot{m}_{1e} h_{ge} = \alpha_{2e} \pi D_{ie} (L_e - l_{1e}) (T_{w2e} - T_{2e}). \tag{3.19}$$

Al igual que para la zona bifásica necesitamos expresar el producto ρh como un valor medio, para poder integrarlo más cómodamente:

$$\int_{l_{1e}}^{L_e} \rho h dz = (L_e - l_{1e}) \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e},$$

siendo $\bar{\rho}_{2e} = \rho(\bar{h}_{2e}, P_e)$ y $\bar{h}_{2e} = \frac{1}{2}(h_{ge} + h_{oe})$.

A continuación, volvemos a emplear la regla de Leibniz para resolver la integral de (3.19) que nos falta:

$$\begin{aligned}
A_{ie} \int_{l_{1e}}^{L_e} \frac{\partial \rho h}{\partial t} dz &= A_{ie} \left[\frac{d}{dt} \int_{l_{1e}}^{L_e} \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{ge} dz + \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] = \\
A_{ie} \left[\frac{d(L_e \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e})}{dt} - \frac{d(l_{1e} \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e})}{dt} + \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] &= A_{ie} \left[L_e \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} \bar{h}_{2e} + L_e \bar{\rho}_{2e} \frac{d\bar{h}_{2e}}{dt} \right] \\
- A_{ie} \left[\frac{dl_{1e}}{dt} \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e} + l_{1e} \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} \bar{h}_{2e} + l_{1e} \bar{\rho}_{2e} \frac{d\bar{h}_{2e}}{dt} - \rho_{ge} h_{ge} \frac{dl_{1e}}{dt} \right] &= \\
A_{ie}(L_e - l_{1e}) \left[\bar{\rho}_{2e} \frac{d\bar{h}_{2e}}{dt} + \bar{h}_{2e} \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} \right] + A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\rho_{ge} h_{ge} - \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e}). &
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Agrupando los términos anteriores obtendremos finalmente:

$$\begin{aligned}
A_{ie}(L_e - l_{1e}) \left(\bar{\rho}_{2e} \frac{d\bar{h}_{2e}}{dt} + \bar{h}_{2e} \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} - \frac{dP_e}{dt} \right) &= \alpha_{2e} \pi D_{ie} (L_e - l_{1e}) (T_{w2e} - T_{2e}) \\
+ \dot{m}_{1e} h_{ge} - \dot{m}_{oe} h_{oe} - A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\rho_{ge} h_{ge} - \bar{\rho}_{2e} \bar{h}_{2e}). &
\end{aligned} \tag{3.21}$$

3.4. Ecuaciones de conservación de la energía en el tubo

Conservación de la energía en la pared del tubo para la zona bifásica

Integramos la ecuación (2.22) desde 0 a l_{1e} . Es importante recordar que la temperatura ambiente en la habitación a refrigerar, T_{ae} , es una constante dentro del modelo, y que T_{w1e} y T_{1e} son uniformes a lo largo de la zona bifásica del evaporador:

$$\int_0^{l_{1e}} C_{we} \rho_{we} A_{we} \frac{\partial T_w}{\partial t} dz = \int_0^{l_{1e}} \alpha_{1e} \pi D_{ie} (T_{1e} - T_{w1e}) dz + \int_0^{l_{1e}} \alpha_{ae} \pi D_{ae} (T_{ae} - T_{w1e}) dz. \tag{3.22}$$

Los términos del lado derecho dan lugar a

$$\int_0^{l_{1e}} \alpha_{1e} \pi D_{ie} (T_{1e} - T_{w1e}) dz = \alpha_{1e} \pi D_{ie} l_{1e} (T_{1e} - T_{w1e}), \tag{3.23}$$

$$\int_0^{l_{1e}} \alpha_{ae} \pi D_{ae} (T_{ae} - T_{w1e}) dz = \alpha_{ae} \pi D_{ae} l_{1e} (T_{ae} - T_{w1e}). \tag{3.24}$$

Por último, aplicamos la regla de Leibniz en el lado izquierdo de (3.22) :

$$\begin{aligned} \int_0^{l_{1e}} C_{we}\rho_{we}A_{we}\frac{\partial T_w}{\partial t}dz &= C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{d}{dt}\int_0^{l_{1e}} T_{w1e}dz - T_{w2e}\frac{dl_{1e}}{dt}\right] = \\ C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{d(T_{w1e}l_{1e})}{dt} - T_{w2e}\frac{dl_{1e}}{dt}\right] &= C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{dT_{w1e}}{dt}l_{1e} + T_{w1e}\frac{dl_{1e}}{dt} - T_{w2e}\frac{dl_{1e}}{dt}\right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Agrupando las ecuaciones anteriores obtenemos finalmente

$$C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{dT_{w1e}}{dt}l_{1e} + (T_{w1e} - T_{w2e})\frac{dl_{1e}}{dt}\right] = \alpha_{1e}\pi D_{ie}l_{1e}(T_{1e} - T_{w1e}) + \alpha_{ae}\pi D_{ae}l_{1e}(T_{ae} - T_{w1e}). \quad (3.26)$$

Conservación de la energía en la pared del tubo para la zona de vapor

Se debe integrar ahora (2.22) con los límites de integración l_{1e} y L_e :

$$\int_{l_{1e}}^{L_e} C_{we}\rho_{we}A_{we}\frac{\partial T_w}{\partial t}dz = \int_{l_{1e}}^{L_e} \alpha_{2e}\pi D_{ie}(T_{1e} - T_{w1e})dz + \int_{l_{1e}}^{L_e} \alpha_{ae}\pi D_{ae}(T_{ae} - T_{w1e})dz. \quad (3.27)$$

Aplicamos la regla de Leibniz al término del lado izquierdo de la igualdad:

$$\begin{aligned} \int_{l_{1e}}^{L_e} C_{we}\rho_{we}A_{we}\frac{\partial T_w}{\partial t}dz &= C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{d}{dt}\int_{l_{1e}}^{L_e} T_{w2e}dz + T_{w1e}\frac{dl_{1e}}{dt}\right] = \\ C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{d(T_{w2e}L_e)}{dt} - \frac{d(T_{w2e}l_{1e})}{dt}\right] &= \\ C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{dT_{w2e}}{dt}L_e - \frac{dT_{w2e}}{dt}l_{1e} - T_{w2e}\frac{dl_{1e}}{dt} + T_{w1e}\frac{dl_{1e}}{dt}\right] &= \\ C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{dT_{w2e}}{dt}(L_e - l_{1e}) + (T_{w1e} - T_{w2e})\frac{dl_{1e}}{dt}\right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Los términos del lado derecho de la ecuación (3.27) se integran de forma muy similar a la vista en el apartado anterior, por lo que su desarrollo será omitido. La forma final de la ecuación será

$$C_{we}\rho_{we}A_{we}\left[\frac{dT_{w2e}}{dt}(L_e - l_{1e}) + (T_{w1e} - T_{w2e})\frac{dl_{1e}}{dt}\right] = \quad (3.29)$$

$$\alpha_{2e}\pi D_{ie}(L_e - l_{1e})(T_{1e} - T_{w1e}) + \alpha_{ae}\pi D_{ae}(L_e - l_{1e})(T_{ae} - T_{w1e}).$$

3.5. Sistema dinámico del evaporador

Una vez integradas las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía para ambas zonas del evaporador, se obtienen un total de 6 ecuaciones de conservación que serán empleadas para formar un sistema de EDOs. Pero antes de poder obtener dicho sistema, será necesario realizar una serie de manipulaciones algebraicas y sustitución de variables. El objetivo es obtener un sistema más simple y que solo contenga las variables de interés.

El primer paso será eliminar de las ecuaciones de la conservación de la masa la variable \dot{m}_{1e} . Esta variable intermedia es de poca importancia en nuestro modelo. Su eliminación nos permitirá pasar de las 6 ecuaciones actuales a las 5 que tendrá el sistema del evaporador. Para ello despejamos \dot{m}_{1e} de la ecuación de conservación de la masa en la zona de gas (3.10)

$$\dot{m}_{1e} = A_{ie} \frac{dl_{1e}}{dt} (\rho_{ge} - \bar{\rho}_{2e}) + A_{ie} (L_e - l_{1e}) \frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} + \dot{m}_{oe}. \quad (3.30)$$

Esta expresión de \dot{m}_{1e} será sustituida en la otra ecuación de conservación de la masa (3.6), así como en las dos ecuaciones de conservación de la energía, (3.17) y (3.21). Estas operaciones, aunque tediosas, son bastante sencillas, por lo que se omitirá su detalle. Una vez realizadas todas las sustituciones y agrupados los términos, se habrá reducido exitosamente el número de ecuaciones de conservación del evaporador a 5.

El siguiente paso a realizar será sustituir algunas de las derivadas temporales que aparecen en las ecuaciones, evitando así añadir más variables de estado al sistema de EDOs. Las derivadas a sustituir son $d\bar{h}_{2e}/dt$ y $d\bar{\rho}_{2e}/dt$. Debemos recordar, antes de nada, la definición de ambas variables:

$$\begin{aligned} \bar{h}_{2e} &= \frac{1}{2}(h_{ge} + h_{oe}), \\ \bar{\rho}_{2e} &= \rho(\bar{h}_{2e}, P_e). \end{aligned}$$

Nótese que podemos expresar $h_{ge} = h(P_e)$, mientras que $h_{oe} = h_{oe}(t)$, pues pretendemos que esta última sea una de las variables de estado de nuestro sistema de ecuaciones.

A continuación, empleamos la regla de la cadena para expresar sus derivadas en función de las que sí serán variables de estado de nuestro modelo final: P_e y h_{oe} .

$$\frac{d\bar{h}_{2e}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dh_{oe}}{dt}, \quad (3.31)$$

$$\frac{d\bar{\rho}_{2e}}{dt} = \frac{d\rho_{2e}}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} + \frac{d\rho_{2e}}{dh_e} \frac{dh_{2e}}{dt} = \left(\frac{\partial \rho_{2e}}{\partial P_e} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} \right) \frac{dP_e}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \frac{dh_{oe}}{dt}. \quad (3.32)$$

La sustitución de estas derivadas en las 5 ecuaciones de conservación es un paso sencillo, por lo que dichas cuentas serán omitidas también. Obtenemos así, nuestro sistema final de

EDOs con 5 ecuaciones y 5 variables de estado que se puede expresar de la forma

$$A_e \dot{\mathbf{x}}_e = f_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e), \quad (3.33)$$

siendo

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_e &= \begin{pmatrix} l_{1e} & P_e & h_{oe} & T_{w1e} & T_{w2e} \end{pmatrix}^T \text{ el vector de variables de estado,} \\ \mathbf{u}_e &= \begin{pmatrix} \dot{m}_{ie} & h_{ie} & \dot{m}_{oe} \end{pmatrix}^T \text{ el vector de inputs del sistema.} \end{aligned}$$

El sistema de EDOs (3.33) es no lineal y su matriz se puede programar como *sparse* debido a los diversos ceros que contiene. Esto se puede observar mostrando el sistema de forma completa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dl_{1e}/dt \\ dP_e/dt \\ dh_{oe}/dt \\ dT_{w1e}/dt \\ dT_{w2e}/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{1e} \\ f_{2e} \\ f_{3e} \\ f_{4e} \\ f_{5e} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

A continuación, se terminará el desarrollo de este capítulo mostrándose los coeficientes de la matriz A_e del sistema:

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{ie}(1 - \gamma_e)(\rho_{le}h_{le} - \rho_{ge}h_{ge}) + A_{ie}h_{ge}(\rho_{ge} - \bar{\rho}_{2e}) \\ a_{12} &= A_{ie}l_{1e} \left[\left(\rho_{ge} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} + h_{ge} \frac{\partial \rho_{ge}}{\partial P_e} \right) \gamma_e + \left(\rho_{le} \frac{\partial h_{le}}{\partial P_e} + h_{le} \frac{\partial \rho_{le}}{\partial P_e} \right) (1 - \gamma_e) - 1 \right] \\ &\quad + A_{ie}(L_e - l_{1e})h_{ge} \left(\frac{\partial \rho_{2e}}{\partial P_e} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} \right) \\ a_{13} &= A_{ie}(L_e - l_{1e})h_{ge} \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \\ a_{21} &= A_{ie}\bar{\rho}_{2e}(h_{ge} - \bar{h}_{2e}) \\ a_{22} &= A_{ie}(L_e - l_{1e}) \left[(\bar{h}_{2e} - h_{ge}) \left(\frac{\partial \rho_{2e}}{\partial P_e} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} \right) + \bar{\rho}_{2e} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} - 1 \right] \\ a_{23} &= A_{ie}(L_e - l_{1e}) \frac{1}{2} \left[\bar{\rho}_{2e} + (\bar{h}_{2e} - h_{ge}) \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \right] \\ a_{31} &= A_{ie}(\bar{\rho}_{1e} - \bar{\rho}_{2e}) \\ a_{32} &= A_{ie}l_{1e} \left[\frac{\partial \rho_{ge}}{\partial P_e} \gamma_e + \frac{\partial \rho_{le}}{\partial P_e} (1 - \gamma_e) \right] + A_{ie}(L_e - l_{1e}) \left(\frac{\partial \rho_{2e}}{\partial P_e} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e} \frac{\partial h_{ge}}{\partial P_e} \right) \end{aligned}$$

$$a_{33} = \frac{1}{2} A_{ie} (L_e - l_{1e}) \frac{\partial \rho_{2e}}{\partial h_e}$$

$$a_{41} = C_{we} \rho_{we} A_{we} (T_{w1e} - T_{w2e})$$

$$a_{44} = C_{we} \rho_{we} A_{we} l_{1e}$$

$$a_{51} = C_{we} \rho_{we} A_{we} (T_{w1e} - T_{w2e})$$

$$a_{55} = C_{we} \rho_{we} A_{we} (L_e - l_{1e}).$$

Por su parte, los valores del vector \mathbf{f}_e serán

$$\mathbf{f}_e = \begin{pmatrix} \dot{m}_{ie} h_{ie} - \dot{m}_{oe} h_{ge} + \alpha_{1e} \pi D_{ie} l_{1e} (T_{w1e} - T_{1e}) \\ \alpha_{2e} \pi D_{ie} (L_e - l_{1e}) (T_{w2e} - T_{2e}) + \dot{m}_{oe} (h_{ge} - h_{oe}) \\ \dot{m}_{ie} - \dot{m}_{oe} \\ \alpha_{1e} \pi D_{ie} l_{1e} (T_{1e} - T_{w1e}) + \alpha_{ae} \pi D_{ae} l_{1e} (T_{ae} - T_{w1e}) \\ \alpha_{2e} \pi D_{ie} (L_e - l_{1e}) (T_{1e} - T_{w1e}) + \alpha_{ae} \pi D_{ae} (L_e - l_{1e}) (T_{ae} - T_{w1e}). \end{pmatrix}$$

Capítulo 4

Condensador

El condensador es un intercambiador de calor muy similar al evaporador. La principal diferencia radica en que el refrigerante que fluye por sus tuberías comienza en estado gaseoso y va desprendiendo calor mientras se licúa al estar en contacto con el aire exterior. Por ello, podemos modelarlo, al igual que al evaporador, como un conducto unidimensional.

Además de lo señalado anteriormente, es necesario indicar que el fluido refrigerante que avanza por las tuberías del condensador pasa por 3 fases distintas (al contrario que en el evaporador, en el que solo se dan dos de ellas). A la entrada del condensador el refrigerante toma la forma de vapor sobrecalentado que comienza a disminuir su temperatura a medida que entra en contacto con la pared de la tubería. La siguiente fase se da en la zona en la que el refrigerante ha comenzado a condensarse y se encuentra como un fluido bifásico (vapor-líquido en equilibrio). Por último, tenemos la zona del condensador en la que el fluido se encuentra ya totalmente condensado y su temperatura sigue disminuyendo por debajo de la temperatura de saturación, fenómeno conocido como subenfriamiento (en inglés *subcooling*).

En la figura 4.1 podemos ver un esquema de las diferentes zonas que se emplearán para modelar este componente.

Para obtener las ecuaciones diferenciales ordinarias que describen el comportamiento del condensador es necesario integrar las ecuaciones de conservación de la masa (2.6), de la energía (2.19) y de la energía en la tubería (2.22), de la misma forma en que se realizó para el evaporador. El desarrollo de las ecuaciones de conservación para las zonas de una sola fase (líquido y gas) es muy similar al realizado para el evaporador, por lo que será omitido y solo se mostrarán sus expresiones finales.

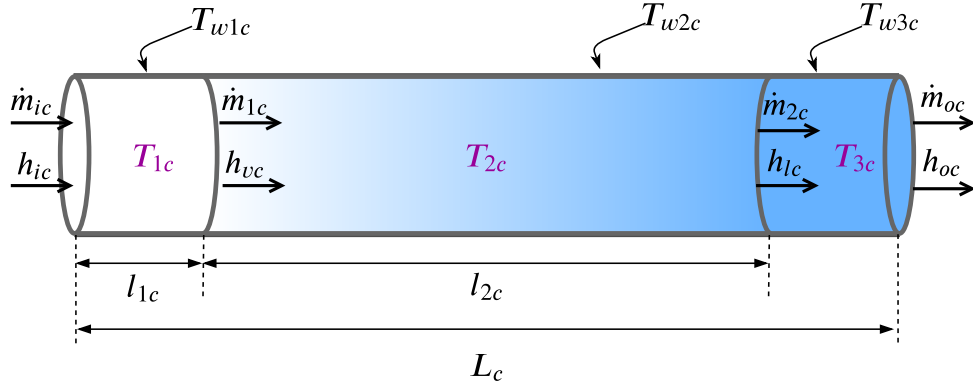


Figura 4.1: Esquema del condensador con 3 zonas diferenciadas.

4.1. Ecuaciones de conservación de la masa

Conservación de la masa en la zona de vapor

$$A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (\bar{\rho}_{1c} - \rho_{gc}) + A_{ic} l_{1c} \frac{d\bar{\rho}_{1c}}{dt} + \dot{m}_{1c} - \dot{m}_{ic} = 0. \quad (4.1)$$

Conservación de la masa en la zona bifásica

Comenzamos integrando (2.6) desde l_{1c} hasta l_{2c} :

$$A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = 0. \quad (4.2)$$

El segundo término de (4.2) da lugar a

$$A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial \rho u}{\partial z} dz = \dot{m}_{2c} - \dot{m}_{1c}. \quad (4.3)$$

Aplicamos ahora la regla de Leibniz al primer término de (4.2). Se obtiene,

$$\begin{aligned} A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz &= A_{ic} \left(\frac{d}{dt} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \bar{\rho}_{2c} dz - \rho_{lc} \frac{dl_{2c}}{dt} + \rho_{gc} \frac{dl_{1c}}{dt} \right) = A_{ic} \left(\frac{d(l_{2c} - l_{1c}) \bar{\rho}_{2c}}{dt} \right. \\ &\quad \left. - \rho_{lc} \frac{dl_{2c}}{dt} + \rho_{gc} \frac{dl_{1c}}{dt} \right) = A_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) \frac{d\bar{\rho}_{2c}}{dt} + A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} (\bar{\rho}_{2c} - \rho_{lc}) - A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (\bar{\rho}_{2c} - \rho_{gc}). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Si juntamos las dos expresiones anteriores (4.2) y (4.4) resulta, finalmente,

$$\begin{aligned} A_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) \left[\frac{d\rho_{gc}}{dP_c} \gamma_c + \frac{d\rho_{lc}}{dP_c} (1 - \gamma_c) \right] \frac{dP_c}{dt} + A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} (\bar{\rho}_{2c} - \rho_{lc}) \\ - A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (\bar{\rho}_{2c} - \rho_{gc}) = \dot{m}_{1c} - \dot{m}_{2c}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Conservación de la masa en la zona líquida

$$A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} (\rho_{lc} - \bar{\rho}_{3c}) + A_{ic} (L_c - l_{2c}) \frac{d\bar{\rho}_{3c}}{dt} \dot{m}_{oc} - \dot{m}_{2c} = 0. \quad (4.6)$$

4.2. Ecuaciones de conservación de la energía**Conservación de la energía en la zona de gas**

$$\begin{aligned} A_{ic} l_{1c} \left[\bar{\rho}_{1c} \frac{d\bar{h}_{1c}}{dt} + \bar{h}_{1c} \frac{d\bar{\rho}_{1c}}{dt} - \frac{dP_c}{dt} \right] &= \dot{m}_{ic} h_{ic} - \dot{m}_{1c} h_{gc} + \alpha_{1c} \pi D_{ic} l_{1c} (T_{w1e} - T_{1e}) \\ &+ A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (\rho_{gc} h_{gc} - \bar{\rho}_{1c} \bar{h}_{1c}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Conservación de la energía en la zona bifásica

Integramos la ecuación de conservación de la energía desde l_{1c} hasta l_{2c}

$$A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial (\rho h - P)}{\partial t} dz + A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial (\rho u h)}{\partial z} dz = \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \pi D_{ic} \alpha_{2c} (T_{w2c} - T_{2c}) dz. \quad (4.8)$$

Operando en el segundo y tercer término de la ecuación anterior obtenemos:

$$A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial (\rho h - P)}{\partial t} dz + \dot{m}_{2c} h_{lc} - \dot{m}_{1c} h_{gc} = \alpha_{2c} \pi D_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) (T_{w2c} - T_{2c}). \quad (4.9)$$

Aplicamos ahora la regla de Leibniz al primer término de (4.8):

$$A_{ic} \int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \frac{\partial (\rho h - P)}{\partial t} dz = A_{ic} \left(\int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c} dz - \rho_{lc} h_{lc} \frac{dl_{2c}}{dt} + \rho_{gc} h_{gc} \frac{dl_{1c}}{dt} \right) - A_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) \frac{dP_c}{dt}. \quad (4.10)$$

Operamos ahora en la integral de la ecuación anterior:

$$\int_{l_{1c}}^{l_{2c}} \bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c} dz = \frac{d(l_{2c} - l_{1c}) \bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c}}{dt} = \frac{dl_{2c}}{dt} \bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c} - \frac{dl_{1c}}{dt} \bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c} + (l_{2c} - l_{1c}) \frac{d\bar{\rho}_{2c} \bar{h}_{2c}}{dt}. \quad (4.11)$$

Sustituyendo todo en la ecuación (4.8) obtenemos la expresión final para la conservación de la energía en la zona bifásica del condensador:

$$\begin{aligned} A_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) \left[\frac{d(\rho_{gc} h_{gc})}{dP_c} \gamma_c + \frac{d(\rho_{lc} h_{lc})}{dP_c} (1 - \gamma_c) - 1 \right] \frac{dP_c}{dt} \\ + A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (1 - \gamma_c) (\rho_{gc} h_{gc} - \rho_{lc} h_{lc}) + A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} \gamma_c (\rho_{gc} h_{gc} - \rho_{lc} h_{lc}) = \\ \dot{m}_{1c} h_{gc} - \dot{m}_{2c} h_{lc} + \alpha_{2c} \pi D_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) (T_{w2c} - T_{2c}). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Conservación de la energía en la zona líquida

$$A_{ic}(L_c - l_{2c}) \left(\bar{\rho}_{3c} \frac{d\bar{h}_{3c}}{dt} + \bar{h}_{3c} \frac{d\bar{\rho}_{3c}}{dt} - \frac{dP_c}{dt} \right) = \alpha_{3c} \pi D_{ic} (L_c - l_{2c}) (T_{w3c} - T_{3c}) \\ + \dot{m}_{2c} h_{lc} - \dot{m}_{oc} h_{oc} - A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} (\rho_{lc} h_{lc} - \bar{\rho}_{3c} \bar{h}_{3c}). \quad (4.13)$$

4.3. Ecuaciones de conservación de la energía en el tubo

Conservación de la energía en la pared de la tubería, zona de gas

$$C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} \left[\frac{dT_{w1c}}{dt} l_{1c} + (T_{w1c} - T_{w2c}) \frac{dl_{1c}}{dt} \right] = \alpha_{1c} \pi D_{ic} l_{1c} (T_{1c} - T_{w1c}) \\ + \alpha_{ac} \pi D_{ac} l_{1c} (T_{ac} - T_{w1c}). \quad (4.14)$$

Conservación de la energía en la pared de la tubería, zona bifásica

$$C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} \frac{dT_{w2c}}{dt} = \alpha_{2c} \pi D_{ic} (T_{2c} - T_{w2c}) + \alpha_{ac} \pi D_{ac} (T_{ac} - T_{w2c}). \quad (4.15)$$

Conservación de la energía en la pared de la tubería, zona de líquido

$$C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} \left[\frac{dT_{w3c}}{dt} (L_c - l_{2c}) + (T_{w2c} - T_{w3c}) \frac{dl_{2c}}{dt} \right] = \alpha_{3c} \pi D_{ic} (L_c - l_{2c}) (T_{3c} - T_{w3c}) \\ + \alpha_{ac} \pi D_{ac} (L_c - l_{2c}) (T_{ac} - T_{w3c}). \quad (4.16)$$

4.4. Sistema dinámico del condensador

En total se han obtenido 9 ecuaciones de conservación. El siguiente paso será transformar las ecuaciones en un sistema de EDOs de la misma forma que se ha hecho para el evaporador.

En primer lugar, eliminaremos las variables intermedias \dot{m}_{1c} y \dot{m}_{2c} , simplificando así el modelo. Para ello despejaremos \dot{m}_{1c} de la ecuación de conservación de la masa en la zona de gas (4.1), y despejamos \dot{m}_{2c} de la ecuación para la zona líquida (4.6)

$$\dot{m}_{1c} = -A_{ic} \frac{dl_{1c}}{dt} (\bar{\rho}_{1c} - \rho_{gc}) - A_{ic} l_{1c} \frac{d\bar{\rho}_{1c}}{dt} + \dot{m}_{ic}, \quad (4.17)$$

$$\dot{m}_{2c} = A_{ic} \frac{dl_{2c}}{dt} (\rho_{lc} - \bar{\rho}_{3c}) + A_{ic} (L_c - l_{2c}) \frac{d\bar{\rho}_{3c}}{dt} + \dot{m}_{oc}. \quad (4.18)$$

Sustituyendo las expresiones de estas dos variables en el resto de ecuaciones del condensador nos permite reducir el número de ecuaciones totales a 7.

A continuación, estableceremos el valor de ciertas derivadas en función de las que serán las variables de estado de nuestro modelo. Esto nos permitirá reducir el número de variables de estado totales del modelo. A continuación se mostrarán las definiciones de dichas variables, así como la expresiones de sus derivadas temporales en función de dichas variables de estado finales del modelo:

$$\begin{aligned} \bar{h}_{1c} &= \frac{1}{2} (h_{gc} + h_{ic}), \\ \bar{h}_{3c} &= \frac{1}{2} (h_{lc} + h_{oc}), \\ \bar{\rho}_{1c} &= \rho(\bar{h}_{1c}, P_c), \\ \bar{\rho}_{3c} &= \rho(\bar{h}_{3c}, P_c), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{h}_{1c}}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dh_{ic}}{dt}, \\ \frac{d\bar{\rho}_{1c}}{dt} &= \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} + \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial h} \frac{d\bar{h}_{1c}}{dt} = \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} \right) \frac{dP_c}{dt}, \\ \frac{d\bar{h}_{3c}}{dt} &= \frac{1}{2} \left(\frac{dh_{oc}}{dt} + \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} \right), \\ \frac{d\bar{\rho}_{3c}}{dt} &= \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} + \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h} \frac{d\bar{h}_{3c}}{dt} = \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} \right) \frac{dP_c}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h} \frac{dh_{oc}}{dt}. \end{aligned}$$

El siguiente paso, será sustituir el valor de estas derivadas en las 7 ecuaciones que tenemos para el condensador y agrupar los términos en función de las variables de estado. Estas cuentas son sencillas, a la vez que tediosas, por lo que serán omitidas en este trabajo.

Tras realizar los pasos anteriormente descritos habremos conseguido transformar las ecuaciones de conservación en un sistema de EDOs de 7 ecuaciones y 7 variables de estado. Este sistema que modela el condensador se puede expresar de la forma

$$C_c \dot{\mathbf{x}}_c = f_c(\mathbf{x}_c, \mathbf{u}_c), \quad (4.19)$$

siendo

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c &= \begin{pmatrix} l_{1c} & l_{2c} & P_c & h_{oc} & T_{w1c} & T_{w2c} & T_{w3c} \end{pmatrix}^\top \text{ el vector de variables de estado,} \\ \mathbf{u}_c &= \begin{pmatrix} \dot{m}_{ic} & h_{ic} & \dot{m}_{oc} \end{pmatrix}^\top \text{ el vector de inputs del sistema.} \end{aligned}$$

El igual que para el caso del evaporador, el sistema de EDOs (4.19) es altamente no lineal y su matriz se puede programar como *sparse* debido a los diversos ceros que contiene. Esto se puede observar mostrando el sistema de forma completa:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{32} & c_{33} & c_{34} & 0 & 0 & 0 \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ c_{51} & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & c_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{77} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dl_{1c}/dt \\ dl_{2c}/dt \\ dP_c/dt \\ dh_{oc}/dt \\ dT_{w1c}/dt \\ dT_{w2c}/dt \\ dT_{w3c}/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{c1} \\ f_{c2} \\ f_{c3} \\ f_{c4} \\ f_{c5} \\ f_{c6} \\ f_{c7} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

A continuación, se terminará el desarrollo de este capítulo mostrándose los coeficientes de la matriz C_c del sistema (4.19):

$$\begin{aligned} c_{11} &= A_{ic}\bar{\rho}_{1c}(\bar{h}_{1c} - h_{gc}) \\ c_{13} &= A_{ic}l_{1c} \left[(\bar{h}_{1c} - h_{gc}) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} \right) + \bar{\rho}_{1c} \frac{1}{2} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} - 1 \right] \\ c_{21} &= A_{ic}((1 - \gamma_c)(\rho_{gc}h_{gc} - \rho_{lc}h_{lc}) - h_{gc}(\bar{\rho}_{1c} - \rho_{gc})) \\ c_{22} &= A_{ic}(\gamma_c(\rho_{gc}h_{gc} - \rho_{lc}h_{lc}) + h_{lc}(\rho_{lc}\bar{\rho}_{3c})) \\ c_{23} &= A_{ic}(l_{2c} - l_{1c}) \left[\left(\rho_{gc} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} + h_{gc} \frac{\partial \rho_{gc}}{\partial P_c} \right) \gamma_c + \left(\rho_{lc} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} + h_{lc} \frac{\partial \rho_{lc}}{\partial P_c} \right) (1 - \gamma_c) - 1 \right] \\ &\quad + A_{ic}l_{1c}h_{gc} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} \right) + A_{ic}(L_c - l_{2c})h_{lc} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} \right) \\ c_{24} &= A_{ic}(L_c - l_{2c})h_{lc} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c} \\ c_{32} &= A_{ic}\bar{\rho}_{3c}(h_{lc} - \bar{h}_{3c}) \\ c_{33} &= A_{ic}(L_c - l_{2c}) \left[(\bar{h}_{3c} - h_{lc}) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} \right) + \bar{\rho}_{3c} \frac{1}{2} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} - 1 \right] \\ c_{34} &= A_{ic}(L_c - l_{2c}) \frac{1}{2} \left(\bar{\rho}_{3c} + (\bar{h}_{3c} - h_{lc}) \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c} \right) \end{aligned}$$

$$c_{41} = A_{ic}(\bar{\rho}_{1c} - \bar{\rho}_{2c})$$

$$c_{42} = A_{ic}(\bar{\rho}_{2c} - \bar{\rho}_{3c})$$

$$c_{43} = A_{ic}(l_{2c} - l_{1c}) \left(\frac{\partial \rho_{gc}}{\partial P_c} \gamma_c + \frac{\partial \rho_{lc}}{\partial P_c} (1 - \gamma_c) \right) + A_{ic} l_{1c} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{1c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c} \right) \\ + A_{ic}(L_c - l_{2c}) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial P_c} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c} \frac{\partial h_{lc}}{\partial P_c} \right)$$

$$c_{44} = A_{ic}(L_c - l_{2c}) \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_{3c}}{\partial h_c}$$

$$c_{51} = C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} (T_{w1c} - T_{w2c})$$

$$c_{55} = C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} l_{1c}$$

$$c_{66} = C_{wc} \rho_{wc} A_{wc}$$

$$c_{72} = C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} (T_{w2c} - T_{w3c})$$

$$c_{77} = C_{wc} \rho_{wc} A_{wc} (L_c - l_{2c}).$$

Por su parte los valores del vector \mathbf{f}_c , serán

$$\mathbf{f}_c = \begin{pmatrix} \alpha_{1c} \pi D_{ic} l_{1c} (T_{w1c} - T_{1c}) + \dot{m}_{ic} (h_{ic} - h_{gc}) \\ \dot{m}_{ic} h_{gc} - \dot{m}_{oc} h_{lc} + \alpha_{2c} \pi D_{ic} (l_{2c} - l_{1c}) (T_{w2c} - T_{2c}) \\ \alpha_{3c} \pi D_{ic} (L_c - l_{2c}) (T_{w3c} - T_{3c}) + \dot{m}_{oc} (h_{lc} - h_{oc}) \\ \dot{m}_{ic} - \dot{m}_{oc} \\ \alpha_{1c} \pi D_{ic} l_{1c} (T_{1c} - T_{w1c}) + \alpha_{ac} \pi D_{ac} l_{1c} (T_{ac} - T_{w1c}) \\ \alpha_{2c} \pi D_{ic} (T_{2c} - T_{w2c}) + \alpha_{ac} \pi D_{ac} (T_{ac} - T_{w2c}) \\ \alpha_{3c} \pi D_{ic} (L_c - l_{2c}) (T_{3c} - T_{w3c}) + \alpha_{ac} \pi D_{ac} (L_c - l_{2c}) (T_{ac} - T_{w3c}). \end{pmatrix}$$

Capítulo 5

Resolución numérica

En las secciones anteriores se describieron los sistemas de EDOs que rigen el comportamiento del evaporador y del condensador, así como las ecuaciones que modelan el compresor, la válvula de expansión y los ventiladores. Para poder simular el sistema de aire acondicionado en su totalidad, tan solo debemos acoplar con cuidado los sistemas (3.27) y (4.19).

El resultado será un sistema de 12 ecuaciones con 12 variables de estado de la forma

$$A\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (5.1)$$

siendo

$$\mathbf{x} = \left(l_{1c} \quad l_{2c} \quad P_c \quad h_{oc} \quad T_{w1c} \quad T_{w2c} \quad T_{w3c}, \quad l_{1e} \quad P_e \quad h_{oe} \quad T_{w1e} \quad T_{w2e} \right)^T, \\ \mathbf{u} = \left(w_s \quad a_v \quad u_c \quad u_e \right)^T.$$

Nótese que ya no es necesario incorporar las variables \dot{m}_{ie} , \dot{m}_{oe} , \dot{m}_{ic} , \dot{m}_{oc} , \bar{h}_{ie} y \bar{h}_{ic} como *inputs* del sistema. Esto se debe a que las tuberías del evaporador y del condensador están ahora conectadas mediante el compresor y la válvula de expansión. Esto provoca que tengamos las siguientes relaciones

$$\dot{m}_{oe} = \dot{m}_s = \dot{m}_{ic}, \\ \dot{m}_{oc} = \dot{m}_v = \dot{m}_{ie},$$

siendo \dot{m}_s y \dot{m}_v las expresiones de la tasa de flujo másico que pasa por el compresor y por la válvula de expansión, respectivamente,

$$\dot{m}_s = w_s V_c \rho_{ge} \left(1 + \varepsilon - \varepsilon \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/\kappa} \right), \\ \dot{m}_v = C_v a_v \sqrt{\rho_{lc} (P_c - P_e)},$$

También es importante señalar que los *inputs* u_c y u_e son los voltajes de los ventiladores en cada intercambiador de calor. Como ya se señaló en la sección 2.5, estas variables se pueden introducir dentro del sistema, sustituyendo los coeficientes de convección α_{ac} y α_{ae} por las expresiones

$$\begin{aligned}\alpha_{ac} &= k_1 u_c, \\ \alpha_{ae} &= k_2 u_e,\end{aligned}$$

siendo k_1 y k_2 constantes.

De acuerdo con He et al. [1997], las matrices A_e y A_c de los modelos del evaporador y condensador por separado no son singulares. Solo lo serían en el caso de que desapareciera alguna de las zonas de sobrecalentamiento o subenfriamiento por completo. Esto puede pasar cuando el refrigerante no alcanza la entalpía necesaria para llegar al punto de saturación.

En cambio, cuando trabajamos con el sistema completo (matriz A), la matriz pasa a ser singular debido a las relaciones existentes entre los flujos másicos que conectan condensador y evaporador. Por ello, la ecuación 5.1 no es un sistema de EDOs, sino que es un sistema de DAEs (*differential algebraic equations*); el cual requerirá del empleo de métodos numéricos distintos.

Para la resolución numérica del modelo hemos optado por modelar el sistema para el aire acondicionado de un vehículo. El hecho de no contar con un modelo experimental imposibilita el conseguir ciertos parámetros y constantes necesarios para resolver el modelo. Por ello, se han empleado algunos de los datos experimentales obtenidos por Eldredge et al. [2008].

La programación del método se ha realizado en MATLAB debido a su enorme sencillez para depurar errores. En el apéndice de este trabajo se muestra el código necesario para ejecutar el modelo. Es importante señalar, que todas las propiedades relativas al refrigerante (densidades, entalpías, temperaturas, etc) se han obtenido empleando la librería *Cool Prop* (véase Bell et al. [2014]). Esta librería implementada en C++, tiene también una versión en Python bastante popular. Además, existe un *wrapper* que permite ejecutar el código Python dentro de MATLAB de forma muy cómoda.

Los *solvers* empleados para resolver las DAEs han sido **ode15i**, **ode23t**, **ode23tb** y **ode15s**, siendo este último el que mejores resultados ha obtenido.

La integración se ha realizado para **500 segundos**, evaluando en pasos de **0.1 segundos**.

El vector de *inputs* ha sido:

$$\mathbf{u} = \left(w_s = 26,7 \text{ Hz} \quad 0,21 \% \quad u_c = 6 \text{ V} \quad u_e = 5,8 \text{ V} \right)^T.$$

En las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 se muestran los resultados obtenidos para algunas de las variables de estado de mayor interés: entalpías, presiones y longitudes de las zonas bifásicas para los intercambiadores de calor. Puede observarse que las condiciones iniciales aplicadas para resolver el problema no suponen una situación de equilibrio y que la dinámica de la mayoría de las variables evoluciona de forma rápida en los primeros segundos de la simulación, para posteriormente alcanzar valores más estables.

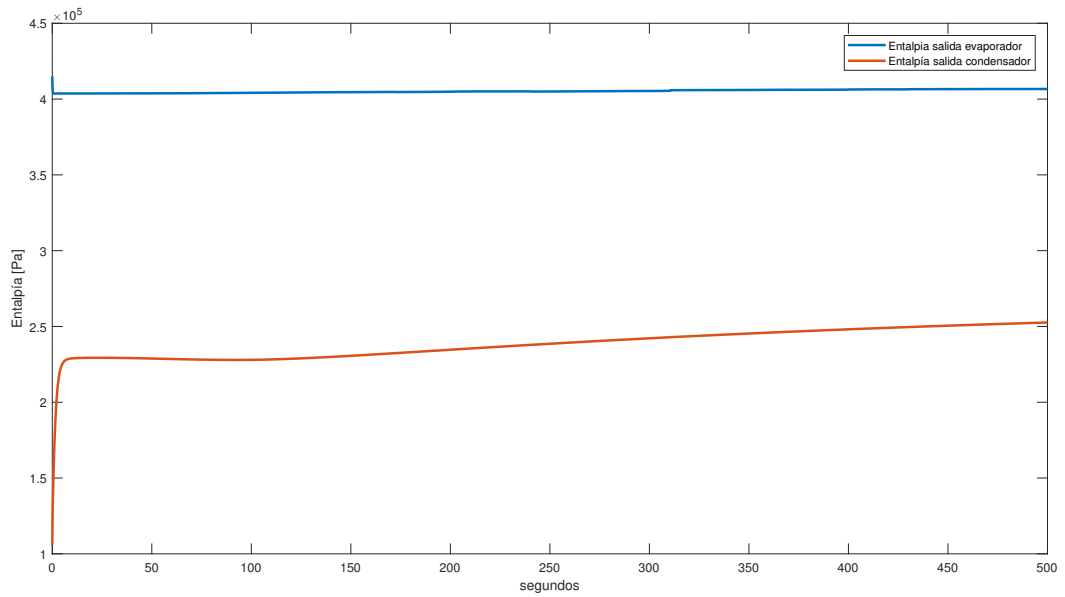


Figura 5.1: Evolución de las entalpías de salida de los intercambiadores de calor.

Por último, se ha querido evaluar el efecto de los *inputs* en el modelo. Para ello, hemos escogido uno de los *outputs* de mayor importancia en todo modelo de refrigeración: el sobrecalentamiento (*superheat*), definido como:

$$\text{Superheat} = T_{oe} - T_{sat,e} ,$$

siendo T_{oe} la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador y $T_{sat,e}$ la temperatura de evaporación del refrigerante en el evaporador en condiciones de presión P_e .

Es de suma importancia el poder controlar esta variable. Un valor del sobrecalentamiento demasiado alto (10-15 K) supone que el área efectiva de evaporador destinada a evaporar el fluido en estado bifásico es muy pequeña y, por lo tanto, el sistema tiene una eficiencia muy baja. En el caso de que el valor del sobrecalentamiento sea demasiado bajo

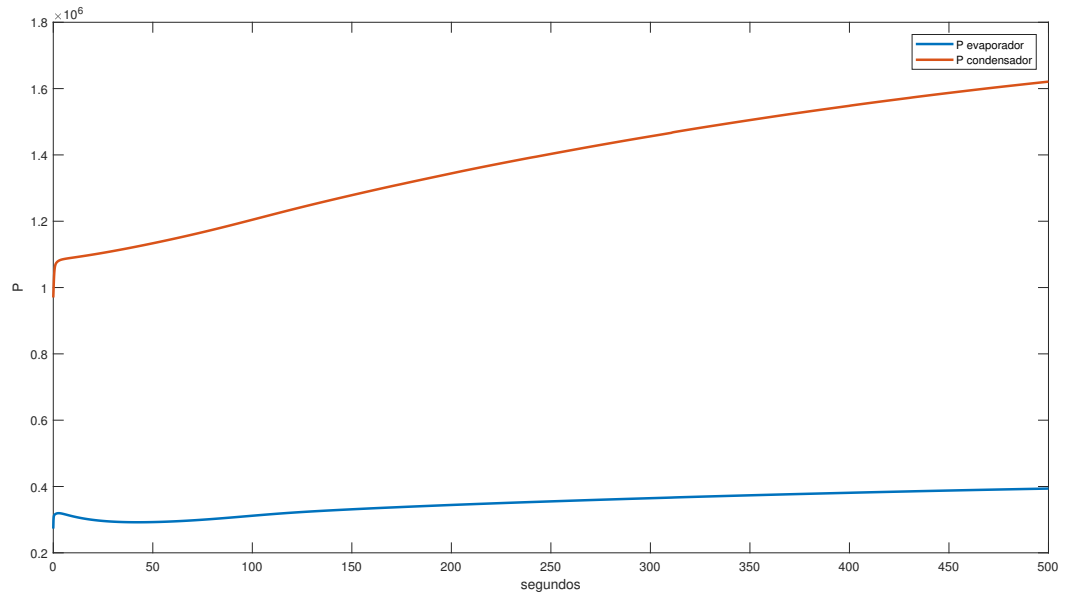


Figura 5.2: Gráfica de la evolución de los niveles de presión.

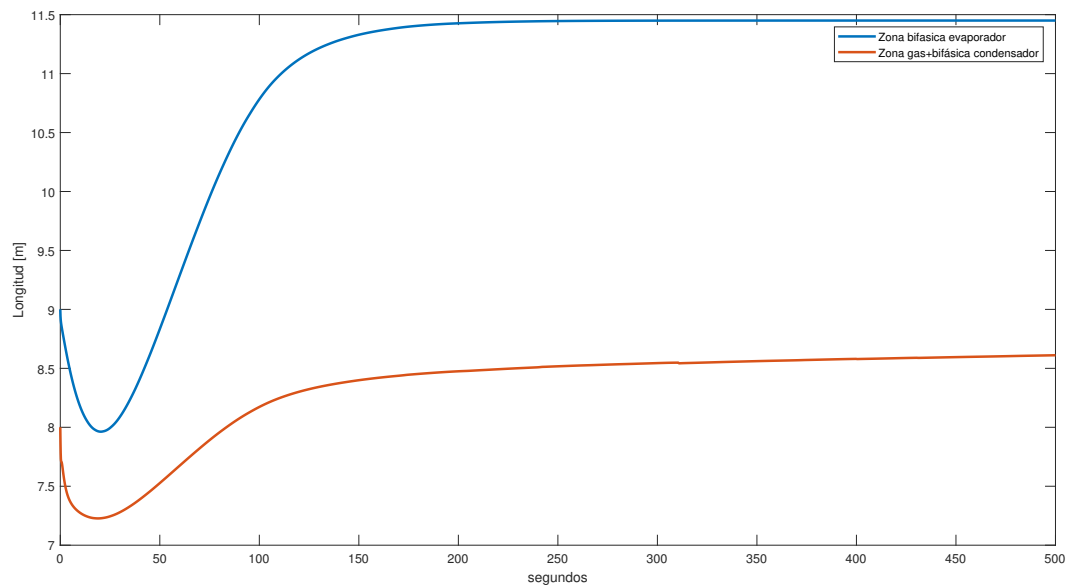


Figura 5.3: Longitud de la zona bifásica del evaporador y de la zona gas+bifásica del condensador.

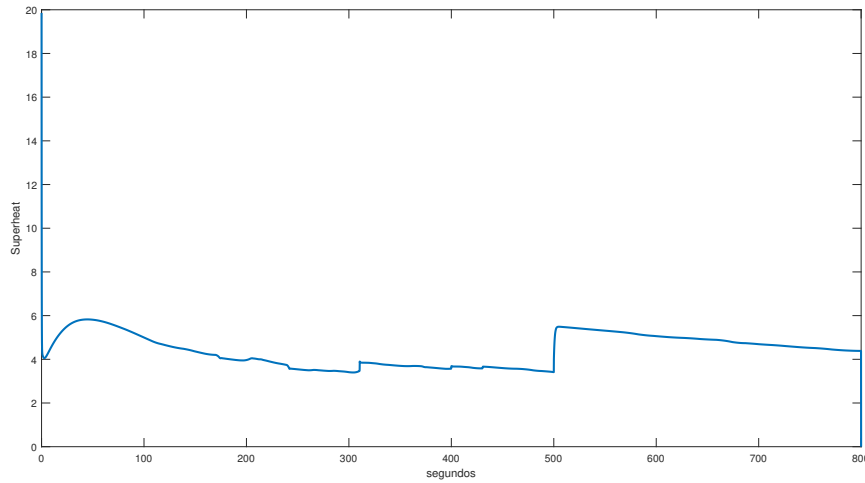


Figura 5.4: Cambio en el sobrecalentamiento tras una disminución de la apertura de la válvula (a partir del segundo 500).

(0-3° C), existe riesgo de que parte del refrigerante que entra en el compresor esté aun en estado líquido, pudiendo destrozarlo por completo. En general, se considera 4-8° C como el rango operativo óptimo.

En la figura 5.4 se muestra el efecto conseguido en el sobrecalentamiento al disminuir la apertura de la válvula de expansión desde $a_v = 0,21$ a $a_v = 0,15$ a partir del segundo 500. Puede observarse, claramente, como la disminución del área del orificio de la válvula disminuye el flujo másico que pasa por ella, provocando que el refrigerante que sale del evaporador lo haga a temperaturas más altas (más sobrecalentamiento).

En la última figura, 5.5 se muestra el comportamiento del *output* sobrecalentamiento cuando variamos la velocidad de rotación del compresor de 1600 rpm hasta los 2000 rpm. El cambio en el input w_s se realiza, al igual que antes, a partir del segundo 500. En este caso, el efecto es casi imperceptible. Una posible explicación es que cuando cambiamos la velocidad de rotación del compresor, provocamos una variación tanto en el flujo másico como en la presión del sistema, teniendo estas variables efectos contrarios sobre la temperatura del refrigerante que se podrían llegar a contrarrestar.

Puede concluirse que, si bien existe una gran dificultad escoger los parámetros y las constantes adecuadas para el modelo, el comportamiento del mismo parece ser fiel a la realidad física del aparato, por lo que podría llegar a ser útil para la implementación de algún tipo de control.

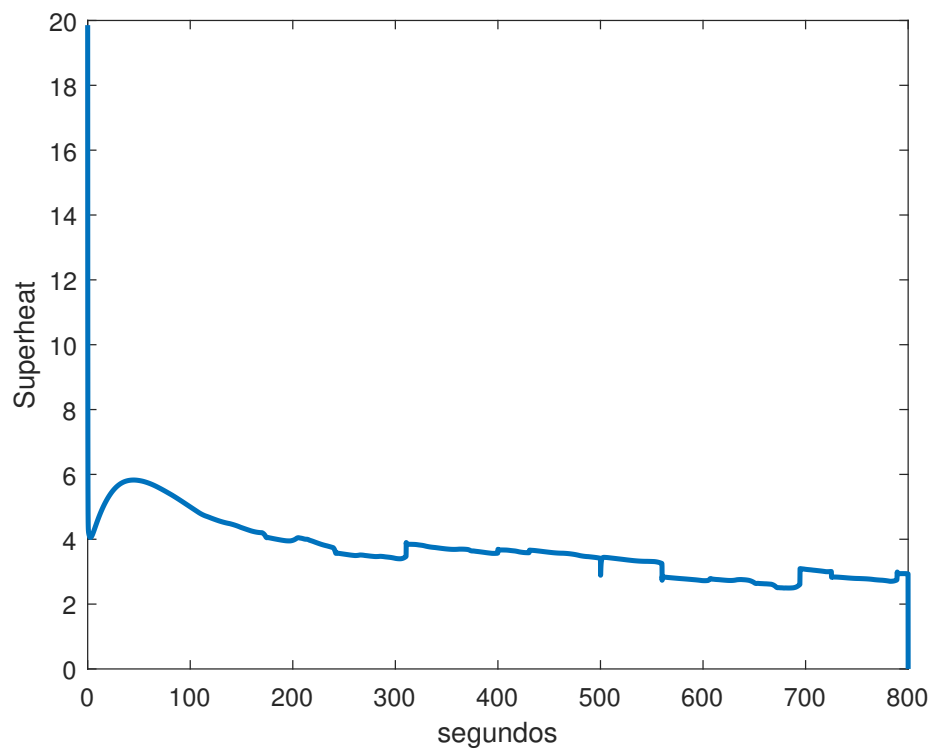


Figura 5.5: Cambio en el sobrecalentamiento tras un aumento de velocidad del compresor (a partir del segundo 500).

Apéndice: Código MATLAB

Script 1: Programa PRINCIPAL.m

```
1 % RESOLUCION DE UN SISTEMA DE AIRE ACONDICIONADO
2 clear all
3 clc
4 import py.CoolProp.CoolProp.PropsSI
5 tic
6
7
8 % CONDICIONES INICIALES DEL SISTEMA:
9 condicionesiniciales;
10 y0=X0;
11 yp0=zeros(size(y0));
12
13
14 % VECTOR DE INPUTS DEL SISTEMA:
15 U= [1600/60, 0.21, 6, 5.8]';
16
17 % TIEMPO DE INTEGRACION:
18 tspan=0:0.1:500;
19
20
21 % SOLVER IMPLICITO ODE15i:
22
23 % Calculamos condiciones iniciales consistentes con el sistema:
24 [%y0c,yp0c] = decic(@(t,y,yp) fi(t,y,yp,U),tspan(1),y0,ones(size(y0))',yp0,[]);
25
26 % Llamamos al solver:
27 [%t, y] = ode15i(@(t,y,yp) fi(t,y,yp,U),tspan,y0c,yp0c);
28 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
29 % Indicamos matriz de masa ('mass'):
30 options = odeset('Mass',@(t,y) mass(t,y,U), 'MStateDependence','strong');
31
32 % SOLVER ODE15s:
```

```

33 [t, y] = ode15s(@(t,y) f(t,y,U), tspan, y0,options);
34
35 % SOLVER ODE23t:
36 %[t2, y2] = ode23t(@(t,y) f(t,y,U), tspan, y0,options);
37
38 % SOLVER ODE23tb:
39 %[t3, y3] = ode23tb(@(t,y) f(t,y,U), tspan, y0,options);
40
41
42 % CALCULO DEL SOBRECALENTAMIENTO:
43 n=size(t);
44 tsat=zeros(size(t));
45 superheat = zeros(size(t));
46
47 for i=1:n
48     tsat(i) = PropsSI('T','P',y(i,9),'Q',1,'R134a');
49     superheat(i) = PropsSI('T','P',y(i,9),'H',y(i,10),'R134a') - tsat(i);
50 end
51
52 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
53 %% SIMULAMOS CAMBIOS EN ALGUNO DE LOS INPUTS:
54 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
55 U= [2000/60, 0.21, 6, 5.8]';
56 tspan2=(tspan(end)+0.1):0.1:(tspan(end)+300);
57 [t4, y4] = ode15s(@(t,y) f(t,y,U), tspan2, y(length(tspan),:),options);
58 n2=size(t4);
59 tsat=[tsat', zeros(size(t4))']';
60 superheat = [superheat', zeros(size(t4))']';
61 for i=(n(:,1)+1):(n(:,1)+n2(:,1)-1)
62     tsat(i) = PropsSI('T','P',y4(i-n(:,1),9),'Q',1,'R134a');
63     superheat(i) = PropsSI('T','P',y4(i-n(:,1),9),'H',y4(i-n(:,1),10),'
        R134a') - tsat(i);
64 end
65
66 plot([tspan, tspan2], superheat,'LineWidth',2 );
67 xlabel('segundos');
68 ylabel('Superheat');
69 p(1).Color = 'red';
70
71
72 % plot(t,y(:,9),t,y(:,3),'LineWidth',2);
73 % xlabel('segundos');
74 % ylabel('P');
75 % p(1).Color = 'blue';
76 % p(2).Color = 'red';

```

```

77 % legend('P evaporador','P condensador');
78 %
79 % plot(t,y(:,8),t,y(:,2),'LineWidth',2);
80 % xlabel('segundos');
81 % ylabel('Longitud [m]');
82 % p(1).Color = 'blue';
83 % p(2).Color = 'red';
84 % legend('Zona bifasica evaporador','Zona gas+bifasica condensador');
85 %
86 % plot(t,y(:,10),t,y(:,4),'LineWidth',2);
87 % xlabel('segundos');
88 % ylabel('Entalpia [Pa]');
89 % p(1).Color = 'blue';
90 % p(2).Color = 'red';
91 % legend('Entalpia salida evaporador','Entalpia salida condensador');
92
93 toc
94
95
96 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
97 %%%%%%%%%FUNCION CALCULO DEL RESIDUO PARA SOLVER IMPLICITO
98 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
99 function res = fi(t, X,DX, U)
100
101 constantes;
102
103 w_c = U(1);
104 a_v = U(2);
105 u_c = U(3);
106 u_e = U(4);
107
108
109 l_1c = X(1);
110 l_2c = X(2);
111 P_c = X(3);
112 h_outc = X(4);
113 T_w1c = X(5);
114 T_w2c = X(6);
115 T_w3c = X(7);
116 l_1e = X(8);
117 P_e = X(9);
118 h_oute = X(10);
119 T_w1e = X(11);
120 T_w2e = X(12);
121

```

```

122 % PROPIEDADES REFRIGERANTE:
123 propref;
124
125 A = zeros(12,12);
126 B = zeros(12,1);
127
128 % Ventiladores:
129 alpha_oe = u_e;
130 alpha_oc = u_c*10;
131
132 % Tasas del flujo masico:
133 m_v = C_v * a_v * sqrt( rho_liqc * (P_c - P_e));
134 m_s = w_c * V_c * rho_gase * (1 + C_c - C_c * (P_c / P_e)^(1/kappa));
135
136 m_inc = m_s;
137 m_outc = m_v;
138 m_ine = m_v;
139 m_oute = m_s;
140 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
141 %%%%%%%%% CONDENSADOR
142 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
143 % FILA 1:
144 A(1,1) = A_ic * rho_1c * (hbar_1c - h_gasc);
145 A(1,3) = A_ic * l_1c * ((hbar_1c - h_gasc)*(dr1dpc + 1/2*dr1dhc*dhgdpc) +
    rho_1c*1/2*dhgdpc -1);
146
147 % FILA 2:
148 A(2,1) = A_ic*((1-gamma_c)*(rho_gasc*h_gasc -rho_liqc*h_liqc) + h_gasc*(
    rho_1c -rho_gasc));
149 A(2,2) = A_ic*(gamma_c *(rho_gasc*h_gasc - rho_liqc*h_liqc) + h_liqc*(
    rho_liqc - rho_3c));
150 A(2,3) = A_ic*(l_2c - l_1c)*((rho_gasc*dhgdpc + h_gasc*drgdpc)*gamma_c + (
    rho_liqc*dhldpc + h_liqc*drldpc)*(1-gamma_c)...
151 -1) +A_ic*l_1c*h_gasc*(dr1dpc+ 1/2*dr1dhc*dhgdpc) + A_ic*(L_c-l_2c)*
    h_liqc*(dr3dpc+1/2*dr3dhc*dhldpc);
152
153 A(2,4) = A_ic * (L_c - l_2c) * h_liqc * 1/2 * dr3dhc;
154
155 % FILA 3:
156 A(3,2) = A_ic *rho_3c *(h_liqc - hbar_3c);
157 A(3,3) = A_ic*(L_c -l_2c)*((hbar_3c-h_liqc)*(dr3dpc + 1/2*dr3dhc*dhldpc)+
    rho_3c*1/2 * dhldpc -1);
158 A(3,4) = A_ic * (L_c -l_2c) * 1/2 * (rho_3c + (hbar_3c-h_liqc)*dr3dhc);
159
160 % FILA 4:

```

```

161 A(4,1) = A_ic * (rho_1c - rho_2c);
162 A(4,2) = A_ic * (rho_2c - rho_3c);
163 A(4,3) = A_ic*(l_2c - l_1c)*(drgdpc*gamma_c + (1-gamma_c)*drldpc) + A_ic*l_1c
      *(drldpc+1/2*drldhc*dhgdpc)...
164   + A_ic*(L_c - l_2c)*(dr3dpc + 1/2*dr3dhc*dhldpc);
165 A(4,4) = A_ic * (L_c - l_2c) * 1/2 * dr3dhc;
166
167 % FILA 5:
168 A(5,1) = C_wc * rho_wc * A_wc * (T_w1c - T_w2c);
169 A(5,5) = C_wc * rho_wc * A_wc * l_1c;
170
171 % FILA 6:
172 A(6,6) = C_wc * rho_wc * A_wc;
173
174 % FILA 7:
175 A(7,2) = C_wc * rho_wc * A_wc * (T_w2c - T_w3c);
176 A(7,7) = C_wc * rho_wc * A_wc * (L_c - l_2c);
177
178 B(1) = alpha_1c * pi * D_ic * l_1c * (T_w1c - T_1c) + m_inc*(h_inc - h_gasc)
      ;
179 B(2) = m_inc*h_gasc - m_outc * h_liqc + alpha_2c*pi*D_ic *(l_2c - l_1c)*(
      T_w2c - T_2c);
180 B(3) = alpha_3c*pi*D_ic*(L_c - l_2c)*(T_w3c - T_3c) + m_outc*(h_liqc -
      h_outc);
181 B(4) = m_inc - m_outc;
182 B(5) = alpha_1c * pi * D_ic * l_1c * (T_1c - T_w1c) + alpha_oc*pi*D_oc*l_1c
      *(T_ac - T_w1c);
183 B(6) = alpha_2c*pi*D_ic*(T_2c - T_w2c) + alpha_oc *pi*D_oc*(T_ac - T_w2c);
184 B(7) = alpha_3c * pi * D_ic * (L_c - l_2c)*(T_3c - T_w3c) + alpha_oc*pi*D_oc
      *(L_c-l_2c)*(T_ac-T_w3c);
185
186 %%%%%%%%%%%
187 %%%%%% EVAPORADOR
188 %%%%%%%%%%%
189
190
191 % FILA 8:
192 A(8,8) = A_ie*(1-gamma_e)*(rho_liqe*h_liqe - rho_gase*h_gase)+A_ie*h_gase*(
      rho_gase - rho_2e);
193 A(8,9) = A_ie*l_1e*((rho_gase*dhgdpe+h_gase*drgdpe)*gamma_e + (rho_liqe*
      dhldpe+h_liqe*drldpe)*(1-gamma_e)...
194   -1)+ A_ie*(L_e - l_1e)*h_gase*(dr2dpe+ 1/2*dr2dhe*dhgdpe);
195 A(8,10) = A_ie*(L_e-l_1e)*h_gase*1/2 * dr2dhe;
196
197 B(8) = m_ine *h_ine - m_oute*h_gase + alpha_1e*pi*D_ie*l_1e*(T_w1e - T_1e);

```

```

198
199 % FILA 9:
200 A(9,8) = A_ie*rho_2e*(h_gase - hbar_2e);
201 A(9,9) = A_ie*(L_e - l_1e)*((hbar_2e-h_gase)*(dr2dpe+1/2*dr2dhe*dhgdpe)+
    rho_2e*1/2*dhgdpe -1);
202 A(9,10) = A_ie*(L_e -l_1e)*1/2*(rho_2e+ (hbar_2e - h_gase)*dr2dhe);
203
204 B(9) = alpha_2e*pi*D_ie*(L_e - l_1e)*(T_w2e-T_2e) + m_oute*(h_gase - h_oute
    );
205
206 % FILA 10:
207 A(10,8) = A_ie*(rho_1e - rho_2e);
208 A(10,9) = A_ie*l_1e*(drgdpe*gamma_e + drldpe*(1-gamma_e))+A_ie*(L_e - l_1e)
    *(dr2dpe+1/2*dr2dhe*dhgdpe);
209 A(10,10) = 1/2 * A_ie*(L_e - l_1e)*dr2dhe;
210
211 B(10)= m_in - m_oute;
212
213 % FILA 11:
214 A(11,8) = C_we*rho_we*A_we*(T_w1e - T_w2e);
215 A(11,11) = C_we*rho_we*A_we*l_1e;
216
217 B(11) = alpha_1e*pi*D_ie*l_1e*(T_1e- T_w1e) + alpha_oe*pi*D_oe*l_1e*(T_ae -
    T_w1e);
218
219 % FILA 12:
220 A(12,8) = C_we*rho_we*A_we*(T_w1e - T_w2e);
221 A(12,12) = C_we*rho_we*A_we*(L_e - l_1e);
222
223 B(12) = alpha_2e*pi*D_ie*(L_e - l_1e)*(T_2e- T_w2e) + alpha_oe*pi*D_oe*(L_e
    - l_1e)*(T_ae - T_w2e);
224
225
226 % Calculo residuo:
227 res= A*DX - B;
228 end
229
230
231 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
232 %%%%%%%%%% FUNCION CALCULO DE LA MATRIZ DE MASA
233 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
234 function out=mass(t,X, U)
235 constantes;
236
237 w_c = U(1);

```

```

238 a_v = U(2);
239 u_c = U(3);
240 u_e = U(4);
241
242
243 l_1c = X(1);
244 l_2c = X(2);
245 P_c = X(3);
246 h_outc = X(4);
247 T_w1c = X(5);
248 T_w2c = X(6);
249 T_w3c = X(7);
250 l_1e = X(8);
251 P_e = X(9);
252 h_oute = X(10);
253 T_w1e = X(11);
254 T_w2e = X(12);
255
256
257 % PROPIEDADES REFRIGERANTE:
258 propref;
259
260 A = zeros(12,12);
261
262 % Ventiladores:
263 alpha_oe = u_e;
264 alpha_oc = u_c*10;
265
266 % Tasas del flujo masico:
267 m_v = C_v * a_v * sqrt( rho_liqc * (P_c - P_e));
268 m_s = w_c * V_c * rho_gase * (1 + C_c - C_c * (P_c / P_e)^(1/kappa));
269
270 m_inc = m_s;
271 m_outc = m_v;
272 m_ine = m_v;
273 m_oute = m_s;
274 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
275 %%%%%%%%% CONDENSADOR
276 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
277 % FILA 1:
278 A(1,1) = A_ic * rho_1c * (hbar_1c - h_gasc);
279 A(1,3) = A_ic * l_1c * ((hbar_1c - h_gasc)*(dr1dpc + 1/2*dr1dhc*dhgdpc) +
    rho_1c*1/2*dhgdpc -1);
280
281 % FILA 2:

```

```

282 A(2,1) = A_ic*((1-gamma_c)*(rho_gasc*h_gasc - rho_liqc*h_liqc) + h_gasc*(
      rho_1c - rho_gasc));
283 A(2,2) = A_ic*(gamma_c *(rho_gasc*h_gasc - rho_liqc*h_liqc) + h_liqc*(
      rho_liqc - rho_3c));
284 A(2,3) = A_ic*(l_2c - l_1c)*((rho_gasc*dhgdpc + h_gasc*drgdpc)*gamma_c + (
      rho_liqc*dhldpc + h_liqc*drldpc)*(1-gamma_c)...
285      -1) + A_ic*l_1c*h_gasc*(drldpc+ 1/2*drldhc*dhgdpc) + A_ic*(L_c-l_2c)*
      h_liqc*(dr3dpc+1/2*dr3dhc*dhldpc);
286
287 A(2,4) = A_ic * (L_c - l_2c) * h_liqc * 1/2 * dr3dhc;
288
289 % FILA 3:
290 A(3,2) = A_ic *rho_3c *(h_liqc - hbar_3c);
291 A(3,3) = A_ic*(L_c -l_2c)*((hbar_3c-h_liqc)*(dr3dpc + 1/2*dr3dhc*dhldpc)+
      rho_3c*1/2 * dhldpc -1);
292 A(3,4) = A_ic * (L_c -l_2c) * 1/2 * (rho_3c + (hbar_3c-h_liqc)*dr3dhc);
293
294 % FILA 4:
295 A(4,1) = A_ic * (rho_1c - rho_2c);
296 A(4,2) = A_ic * (rho_2c - rho_3c);
297 A(4,3) = A_ic*(l_2c -l_1c)*(drgdpc*gamma_c + (1-gamma_c)*drldpc) +A_ic*l_1c
      *(drldpc+1/2*drldhc*dhgdpc)...
298      + A_ic*(L_c - l_2c)*(dr3dpc + 1/2*dr3dhc*dhldpc);
299 A(4,4) = A_ic * (L_c - l_2c) * 1/2 * dr3dhc;
300
301 % FILA 5:
302 A(5,1) = C_wc * rho_wc *A_wc * (T_w1c - T_w2c);
303 A(5,5) = C_wc * rho_wc *A_wc * l_1c;
304
305 % FILA 6:
306 A(6,6) = C_wc * rho_wc *A_wc;
307
308 % FILA 7:
309 A(7,2) = C_wc * rho_wc *A_wc * (T_w2c - T_w3c);
310 A(7,7) = C_wc * rho_wc *A_wc * ( L_c - l_2c);
311
312 %%%%%%%%%%%
313 %%%%%%%%%% EVAPORADOR
314 %%%%%%%%%%%
315
316
317 % FILA 8:
318 A(8,8) = A_ie*(1-gamma_e)*(rho_liqe*h_liqe - rho_gase*h_gase)+A_ie*h_gase*(
      rho_gase - rho_2e);
319 A(8,9) = A_ie*l_1e*((rho_gase*dhgdpe+h_gase*drgdpe)*gamma_e + (rho_liqe*

```



```

        dhldpe+h_liqe*drldpe)*(1-gamma_e)...
320     -1)+ A_ie*(L_e - l_1e)*h_gase*(dr2dpe+ 1/2*dr2dhe*dhgdpe);
321 A(8,10) = A_ie*(L_e-l_1e)*h_gase*1/2 * dr2dhe;
322
323 % FILA 9:
324 A(9,8) = A_ie*rho_2e*(h_gase - hbar_2e);
325 A(9,9) = A_ie*(L_e - l_1e)*((hbar_2e-h_gase)*(dr2dpe+1/2*dr2dhe*dhgdpe)+
        rho_2e*1/2*dhgdpe -1);
326 A(9,10) = A_ie*(L_e -l_1e)*1/2*(rho_2e+ (hbar_2e - h_gase)*dr2dhe);
327
328 % FILA 10:
329 A(10,8) = A_ie*(rho_1e - rho_2e);
330 A(10,9) = A_ie*l_1e*(drgdpe*gamma_e + drldpe*(1-gamma_e))+A_ie*(L_e - l_1e)
        *(dr2dpe+1/2*dr2dhe*dhgdpe);
331 A(10,10) = 1/2 * A_ie*(L_e - l_1e)*dr2dhe;
332
333 % FILA 11:
334 A(11,8) = C_we*rho_we*A_we*(T_w1e - T_w2e);
335 A(11,11) = C_we*rho_we*A_we*l_1e;
336
337
338 % FILA 12:
339 A(12,8) = C_we*rho_we*A_we*(T_w1e - T_w2e);
340 A(12,12) = C_we*rho_we*A_we*(L_e - l_1e);
341
342 A=sparse(A);
343 out = A;
344 end
345
346 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
347 %%%%%%%%%%FUNCION CALCULO VECTOR DE LADO DERECHO
348 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
349 function out = f(t, X, U)
350 constantes;
351
352 w_c = U(1);
353 a_v = U(2);
354 u_c = U(3);
355 u_e = U(4);
356
357
358 l_1c = X(1);
359 l_2c = X(2);
360 P_c = X(3);
361 h_outc = X(4);

```

```

362 T_w1c = X(5);
363 T_w2c = X(6);
364 T_w3c = X(7);
365 l_1e = X(8);
366 P_e = X(9);
367 h_outc = X(10);
368 T_w1e = X(11);
369 T_w2e = X(12);
370
371
372 % PROPIEDADES REFRIGERANTE:
373 propref;
374
375 B = zeros(12,1);
376 % Ventiladores:
377 alpha_oe = u_e;
378 alpha_oc = u_c*10;
379
380 % Tasas del flujo masico:
381 m_v = C_v * a_v * sqrt( rho_liqc * (P_c - P_e));
382 m_s = w_c * V_c * rho_gase * (1 + C_c - C_c * (P_c / P_e)^(1/kappa));
383
384 m_inc = m_s;
385 m_outc = m_v;
386 m_ine = m_v;
387 m_oute = m_s;
388
389 B(1) = alpha_1c * pi * D_ic * l_1c * (T_w1c - T_1c) + m_inc*(h_inc -h_gasc)
    ;
390 B(2) = m_inc*h_gasc - m_outc * h_liqc + alpha_2c*pi*D_ic *(l_2c - l_1c)*(
    T_w2c - T_2c);
391 B(3) = alpha_3c*pi*D_ic*(L_c - l_2c)*(T_w3c - T_3c) +m_outc*(h_liqc -
    h_outc);
392 B(4) = m_inc - m_outc;
393 B(5) = alpha_1c * pi* D_ic * l_1c * (T_1c - T_w1c) + alpha_oc*pi*D_oc*l_1c
    *(T_ac - T_w1c);
394 B(6) = alpha_2c*pi*D_ic*(T_2c - T_w2c) + alpha_oc *pi*D_oc*(T_ac - T_w2c);
395 B(7) = alpha_3c * pi* D_ic * (L_c - l_2c)*(T_3c - T_w3c) + alpha_oc*pi*D_oc
    *(L_c-l_2c)*(T_ac-T_w3c);
396 B(8) = m_ine *h_ine - m_oute*h_gase + alpha_1e*pi*D_ie*l_1e*(T_w1e -T_1e);
397 B(9) = alpha_2e*pi*D_ie*(L_e - l_1e)*(T_w2e-T_2e) + m_oute*(h_gase - h_oute
    );
398 B(10) = m_ine - m_oute;
399 B(11) = alpha_1e*pi*D_ie*l_1e*(T_1e- T_w1e) + alpha_oe*pi*D_oe*l_1e*(T_ae -
    T_w1e);

```

```

400 B(12) = alpha_2e*pi*D_ie*(L_e - l_1e)*(T_2e- T_w2e) + alpha_oe*pi*D_oe*(L_e
    - l_1e)*(T_ae - T_w2e);
401
402
403 out = B;
404 end

```

Script 2: Programa propref.m

```

1 import py.CoolProp.CoolProp.PropsSI
2
3 % SUBROUTINA DE CALCULO DE LAS PROPIEDADES DEL REFRIGERANTE:
4
5 % Constantes
6 fluido = 'R134a';
7 gamma_e = 0.8; % Avg void fraction evaporador
8 gamma_c = 0.8;
9
10 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
11 %%% EVAPORADOR
12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 P_e = X(9); % Presion uniforme a lo largo del evaporador [Pa]
14
15 h_ine = X(4); % Entalpia refrigerante en la entrada del evaporador [J/kg]
16 h_oute = X(10); % Entalpia refrigerante en la salida del evaporador [J/kg]
17
18 T_sate = PropsSI('T','P',P_e,'Q',0, fluido); % Temperatura de saturacion
    del refrigerante
19 rho_liqe = PropsSI('D','P',P_e,'Q',0, fluido); % Densidad del refrigerante
    liquido saturado
20 rho_gase = PropsSI('D','P',P_e,'Q',1, fluido); % Densidad del refrigerante
    en vapor saturado
21
22 h_liqe = PropsSI('H','P',P_e,'Q',0, fluido); % Entalpia del liquido
    saturado
23 h_gase = PropsSI('H','P',P_e,'Q',1, fluido); % Entalpia del vapor
    saturado
24
25 hbar_1e = gamma_e * h_gase + (1-gamma_e) * h_liqe; % Calculo entalpia
    media zona bifasica
26 hbar_2e = 1/2 * (h_gase + h_oute); % Entalpia media zona de
    vapor
27
28 rho_1e = gamma_e * rho_gase + (1-gamma_e) * rho_liqe; % Calculo densidad
    media zona bifasica

```

```

29
30 T_1e = PropsSI('T','H',hbar_1e,'P',P_e, fluido); % Temperatura media en la
    zona bifasica
31
32 rho_2e = PropsSI('D','P',P_e,'H',hbar_2e, fluido); % Densidad media zona
    de vapor
33 T_2e = PropsSI('T','H',hbar_2e,'P',P_e, fluido); % Temperatura media
    zona de vapor
34
35
36 % CALCULO DERIVADAS EVAPORADOR:
37
38 % Derivada de la entalpia respecto a la presion en el punto de
39 % saturacion liquido, manteniendo h_liqe constante
40 drldpe = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_sate, 'D', rho_liqe, fluido);
41
42 % Derivada de la entalpia respecto a la presion en el punto de saturacion
43 % del vapor manteniendo h_gase constante
44 drgdpe = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_sate, 'D', rho_gase, fluido);
45
46 % Derivada de la entalpia respecto a la presion en la mitad de la zona de
47 % vapor manteniendo hbar_2e constante
48 dr2dpe = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_2e, 'D', rho_2e, fluido);
49
50 % Calculo derivada de la entalpia liquido saturado respecto a la presion,
51 % manteniendo T constante
52 dhldpe = PropsSI('d(H)/d(P)|T','H', h_liqe, 'P', P_e, fluido);
53
54 % Calculo derivada de la entalpia gas saturado respecto a la presion,
55 % manteniendo T constante
56 dhgdpe = PropsSI('d(H)/d(P)|T','H', h_gase, 'P', P_e, fluido);
57
58 % Calculo derivada de la densidad media zona gas respecto a la presion,
59 % manteniendo P_e constante
60 dr2dhe = PropsSI('d(D)/d(H)|P','H', hbar_2e, 'P', P_e, fluido);
61
62 T_oute = PropsSI('T','H',h_oute,'P',P_e, fluido);
63
64 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
65 %%%%% COMPRESOR
66 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
67 P_c = X(3); % Presion refrigerante a la salida del compresor [Pa]
68
69 entropia_oe = PropsSI('S','H', h_oute, 'P', P_e, fluido);
70 h_inc = PropsSI('H','S',entropia_oe,'P',P_c, fluido); % Entalpaa entrada

```

```

condensador
71
72 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
73 %%%%%% CONDENSADOR
74 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
75 % Usamos h_outc == h_in
76 h_outc = X(4); % Entalpia salida condensador
77
78 rho_liqc = PropsSI('D','P',P_c,'Q',0, fluido); % Densidad del refrigerante
liquido saturado
79 rho_gasc = PropsSI('D','P',P_c,'Q',1, fluido); % Densidad del refrigerante
gas saturado
80 T_satc = PropsSI('T','P',P_c,'Q',1, fluido); % Temperatura saturacion
refrigerante
81
82 h_liqc = PropsSI('H','P',P_c,'Q',0, fluido); % Entalpia liquido saturado
83 h_gasc = PropsSI('H','P',P_c,'Q',1, fluido); % Entalpia gas saturado
84
85 hbar_1c = 1/2 * (h_inc + h_gasc); % Entalpia media, zona gas condensador
86 hbar_2c = gamma_c * h_gasc + (1- gamma_c)* h_liqc; % Entalpia media, zona
bifasica
87 hbar_3c = 1/2 * (h_liqc + h_outc); % Entalpia media, zona liquido
condensador
88 rho_2c = gamma_c * rho_gasc + (1-gamma_c) * rho_liqc; % Densidad media,
zona bifasica
89
90 T_1c = PropsSI('T','H',hbar_1c,'P',P_c, fluido); % Temperatura media, zona
gas
91
92 rho_1c = PropsSI('D','P',P_c,'H',hbar_1c, fluido); % Densidad media, zona
gas
93
94 T_2c = PropsSI('T','H',hbar_2c,'P',P_c, fluido); % Temperatura media, zona
bifasica
95
96 T_3c = PropsSI('T','H',hbar_3c,'P',P_c, fluido); % Temperatura media, zona
liquido
97
98 rho_3c = PropsSI('D','P',P_c,'H',hbar_3c, fluido); % Densidad media, zona
liquido
99
100 % CALCULO DERIVADAS CONDENSADOR:
101
102 % Derivada densidad liquido saturado respecto a la presion, manteniendo
103 % h_liqc constante

```

```

104 drldpc = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_satc, 'D', rho_liqc, fluido);
105
106 % Derivada densidad gas saturado respecto a la presion, manteniendo h_gasc
107 % constante
108 drgdpc = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_satc, 'D', rho_gasc, fluido);
109
110 % Derivada densidad media zona gas respecto a la presion, manteniendo
111 % hbar_1c constante
112 drldpc = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_1c, 'D', rho_1c, fluido);
113
114 % Derivada densidad media zona liquido respecto a la presion, manteniendo
115 % hbar_3c constante
116 dr3dpc = PropsSI('d(D)/d(P)|H','T', T_3c, 'D', rho_3c, fluido);
117
118 % Derivada parcial de la entalpia del liquido saturado respecto a P_c,
119 % manteniendo T constante
120 dhldpc = PropsSI('d(H)/d(P)|T','H', h_liqc, 'P', P_c, fluido);
121
122 % Derivada parcial de la entalpia del gas saturado respecto a P_c,
123 % manteniendo T constante
124 dhgdpc = PropsSI('d(H)/d(P)|T','H', h_gasc, 'P', P_c, fluido);
125
126
127 % Derivada parcial de la densidad media del gas respecto a hbar_1c,
128 % manteniendo P_c constante
129 drldhc = PropsSI('d(D)/d(H)|P','H', hbar_1c, 'P', P_c, fluido);
130
131 % Derivada parcial de la densidad media del liquido respecto a hbar_3c,
132 % manteniendo P_c constante
133 dr3dhc = PropsSI('d(D)/d(H)|P','H', hbar_3c, 'P', P_c, fluido);

```

Script 3: Programa constantes.m

```

1 % CONSTANTES DEL MODELO
2
3 %CONDENSADOR
4 A_ic = 0.00005156; % Area de la seccion interior del tubo
5 A_wc = 10* A_ic; % Area de la seccion de la tuberia
6 C_wc = 385; % Capacidad termica de la tuberia
7 D_ic = sqrt(A_ic/pi)*2; % Diametro interior del tubo
8 D_oc = sqrt(A_wc/pi)*2; % Diametro exterior del tubo
9 L_c = 10.69; % Longitud del condensador
10 T_ac = 298; % Temperatura ambiente exterior (condensador)
11 alpha_1c = 387.9; % Coeficiente de conveccion zona 1 del condensador (
    fluido/tubo)

```

```

12 alpha_2c = 1000; % Coeficiente de conveccion zona 2 del condensador (fluido
    /tubo)
13 alpha_3c = 2000; % Coeficiente de conveccion zona 3 del condensador (fluido
    /tubo)
14 alpha_oc = 60; % Coeficiente de conveccion (tubo/ambiente)
15 rho_wc = 8.96e3; % Densidad especifica del tubo
16 gamma_c = 0.7; % Average void fraction en la zona bifasica en el
    condensador
17
18 %EVAPORADOR
19 A_ie = 0.00005156; % Area de la seccion interior del tubo
20 A_we = A_ie * 10; % Area de la seccion de la tuberia
21 C_we = 385; % Capacidad termica de la tuberia
22 D_ie = sqrt(A_ie/pi)*2; % Diametro interior del tubo
23 D_oe = sqrt(A_we/pi)*2; % Diametro exterior del tubo
24 L_e = 11.45; % Longitud del evaporador
25 T_ae = 291; % Temperatura ambiente habitacion interior (evaporador)
26 alpha_1e = 2000; % Coeficiente de conveccion zona 1 del evaporador (fluido/
    tubo)
27 alpha_2e = 40; % Coeficiente de conveccion zona 2 del evaporador (fluido/
    tubo)
28 alpha_oe = 5.8; % Coeficiente de conveccion (tubo/ambiente)
29 lambda_we = 386; % Conductividad termica del tubo
30 rho_we = 8.96e3; % Densidad especifica del tubo
31 gamma_e = 0.7; % Average void fraction en la zona bifasica en el
    evaporador
32
33 %VALVULA DE EXPANSION
34 C_v = 1.1972e-6; % Coeficiente de la valvula de expansion
35
36 %COMPRESOR
37 V_c = 0.0000304; % Volumen desalojado efectivo
38 C_c = 0.1805; % Volumen de compresion relativo del compresor
39 kappa = 1.18; % Coeficiente de compresibilidad isentropica

```

Script 4: Programa condicionesiniciales.m

```

1 % CONDICIONES INICIALES EVAPORADOR:
2
3 % X0e = zeros(5,1);
4 % X0e(1) = 23;
5 % X0e(2) = 0.35e6;
6 % X0e(3) = 420000;
7 % X0e(4) = 280;
8 % X0e(5) = 290;

```

```
9
10 X0= zeros(12,1);
11
12
13 X0(1) = 1.0 ; % Longitud zona gas condensador
14 X0(2) = 8 ; % Longitud zona liquida y bifasica condensador
15 X0(3) = 970000 ; %Presion condensador
16 X0(4) = 105900 ; % Entalpia salida condensador
17 X0(5) = 318.0 ; %Temperatura pared condensador, zona gas
18 X0(6) = 306.0 ; % Temperatura pared condensador, zona bifasica
19 X0(7) = 305.0 ; %Temperatura pared condensador, zona liquida
20 X0(8) = 9 ; %Longitud zona bifasica evaporador
21 X0(9) = 273100 ; $ Presion evaporador
22 X0(10) = 4.15E5; %Entalpia salida evaporador
23 X0(11) = 280.0; %Temperatura pared evaporador, zona bifasica
24 X0(12) = 290.0; %Temperatura pared evaporador, zona gas
```


Bibliografía

- Andersson, M. and Jerregård, H. (1999). Modelling and control of vapour compression refrigeration systems. Master’s thesis, Linköping Institute of Technology.
- Bell, I. H., Wronski, J., Quoilin, S., and Lemort, V. (2014). Pure and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library coolprop. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(6):2498–2508.
- Cengel, Y. A. and Boles, M. A. (2002). *Thermodynamics: an engineering approach*. Sea.
- Dincer, I., Kanoglu, M., et al. (2010). *Refrigeration systems and applications*. Wiley Online Library.
- Eldredge, B. D., Rasmussen, B. P., and Alleyne, A. G. (2008). Moving-boundary heat exchanger models with variable outlet phase. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 130(6):061003.
- Grald, E. W. and MacArthur, J. W. (1992). A moving-boundary formulation for modeling time-dependent two-phase flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 13(3):266–272.
- He, X.-D., Liu, S., and Asada, H. H. (1997). Modeling of vapor compression cycles for multivariable feedback control of hvac systems. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 119(2):183–191.
- He, X.-D., Liu, S., Asada, H. H., and Itoh, H. (1998). Multivariable control of vapor compression systems. *HVAC&R Research*, 4(3):205–230.
- Hø gh, G. and Nielsen, R. (2008). Model based nonlinear control of refrigeration systems. Master’s thesis, Aalborg Universitet.
- Leducq, D., Guilpart, J., and Trystram, G. (2003). Low order dynamic model of a vapor compression cycle for process control design. *Journal of food process engineering*, 26(1):67–91.

- MacArthur, J. W. and Grald, E. W. (1989). Unsteady compressible two-phase flow model for predicting cyclic heat pump performance and a comparison with experimental data. *International Journal of refrigeration*, 12(1):29–41.
- McQuiston, F. C. and Parker, J. D. (1982). *Heating, ventilating, and air conditioning: analysis and design*. John Wiley and Sons., Inc., New York, NY.
- Rasmussen, B. P. (2012). Dynamic modeling for vapor compression systems—part i: Literature review. *HVAC&R Research*, 18(5):934–955.
- Rasmussen, B. P. and Shenoy, B. (2012). Dynamic modeling for vapor compression systems—part ii: Simulation tutorial. *HVAC&R Research*, 18(5):956–973.
- Wedekind, G., Bhatt, B., and Beck, B. (1978). A system mean void fraction model for predicting various transient phenomena associated with two-phase evaporating and condensing flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 4(1):97–114.
- White, F. (2015). *Fluid mechanics*. McGraw-Hill, 4th Ed.